

الصف الثاني الثانوي – القسم العلمى
الوحدة الأولى – الاستاتيكا

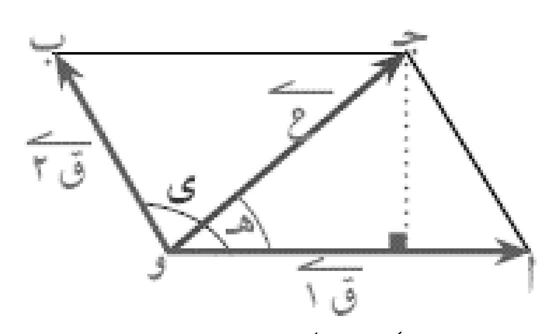
الدرس الأول: القوى

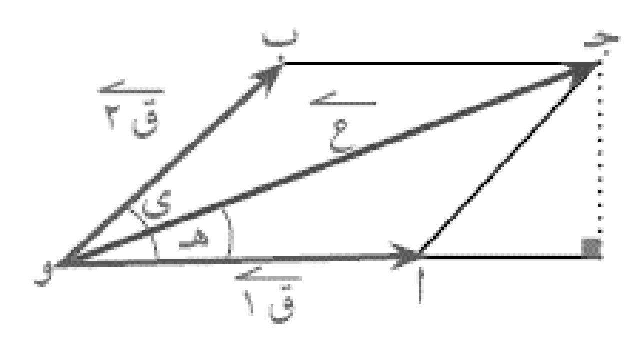
المفاهيم الاساسية للدرس:

تعريف : تعرف القوة بأنها تأثير أحد الاجسام على جسم أخر

يتحدد تاثير القوة على الجسم بالعوامل الأتية (مقدار القوة– اتجاه القوة – نقطة تأثير القوة وخط عملها)

محصلة قوتين متلاقيتين فى نقطة تحليليا





نفرض أن $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ قوتان متلاقيتان فى نقطة (و) وأن قياس الزاوية بين اتجاهى القوتين (ى)

إذا كان $\overleftarrow{و\,أ}$ ، $\overleftarrow{و\,ب}$ تمثلان $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ فإن وجـ تمثل المحصلة $\overleftarrow{ح}$ وبفرض أن(هـ) هو قياس الزاوية

التى تصنعها المحصلة مع $\overleftarrow{ق_1}$ فإن

$$ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2 + 2\, ق_1\, ق_2 \text{ جتا } ي} \quad ، \quad \text{ظا هـ} = \frac{ق_2 \text{ جا ى}}{ق_1 + ق_2 \text{ حتا ى}}$$

حالات خاصة

١) إذا كان $ق_1$ ، $ق_2$ هما مقداري قوتين لهما نفس خط العمل و في نفس الاتجاه (ي = ٠ °)فإن

$$ح = ق_1 + ق_2$$

ويكون للمحصلة نفس اتجاه القوتين وتكون ح في هذه الحالة قيمة عظمى

٢) إذا كان $ق_1$ ، $ق_2$ هما مقداري قوتين لهما نفس خط العمل و في اتجاهين متضادين(ي = ١٨٠°)

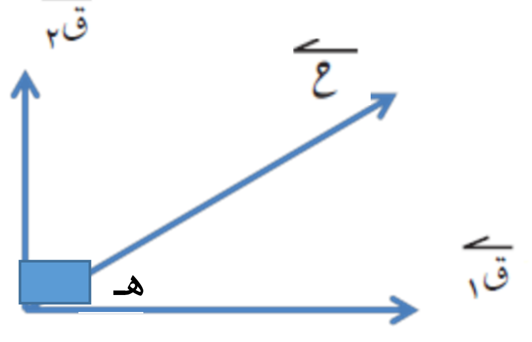


فإن

$$ح = |ق_1 - ق_2|$$

ويكون للمحصلة نفس اتجاه القوة الكبرى وتكون ح في هذه الحالة قيمة صغرى

٣) إذا كانت القوتان $ق_1$ ، $ق_2$ هما مقداري قوتين متعامدتان (ي = ٩٠°)

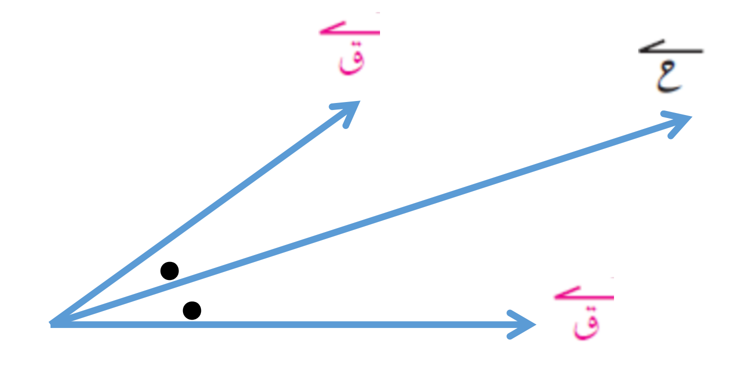


فإن

$$ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2}$$ ،

$$ظا\ هـ = \frac{ق_2}{ق_1}$$

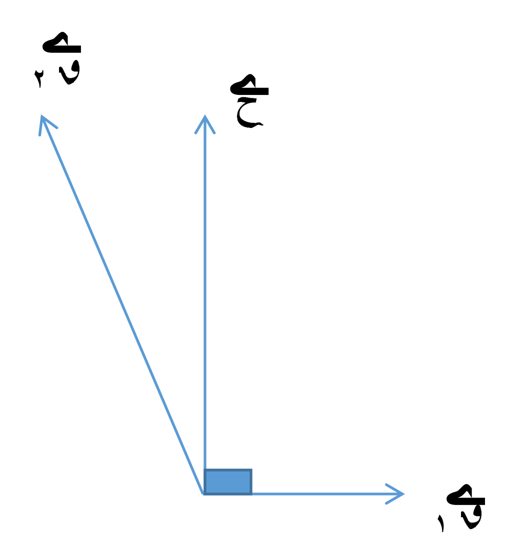
٤) إذا كانت القوتان $ق_1$ ، $ق_2$ متساويتان



أي أن $ق_1 = ق_2 = ق$ فإن

$$ح = ٢\ ق\ جتا\ \frac{ي}{٢}$$

والمحصلة تنصف الزاوية بينهما



٥) إذا كانت المحصلة عمودية على القوة الاولى فإن :

١) $ق_1 + ق_2$ جتا ي = صفر

٢) المحصلة عمودية على القوة الصغرى

٣) $ح = \sqrt{ق_2^2 - ق_1^2}$

امثلة محلولة

مثال (١):

قوتان مقدارهما ٥ ، ٣ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية والزاوية بين اتجاهيهما ٦٠ ° ،أوجد مقدار محصلتهما وقياس زاوية ميلها مع القوة الأولى

الحل

$$ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2 + ٢\, ق_1\, ق_2 \text{ جتا ي}}$$

$$\therefore ح = \sqrt{٥^2 + ٣^2 + ٢ \times ٥ \times ٣ \text{ جتا} ٦٠} = ٧ \text{ نيوتن}$$

$$\text{ظا هـ} = \frac{ق_2 \text{ جا ى}}{ق_1 + ق_2 \text{ حتا ى}} = \frac{٣ \text{ جا } ٦٠°}{٥ + ٣ \text{ حتا } ٦٠°} = \frac{٣\sqrt{٣}}{١٣}$$

قياس $\angle$ هـ $= ٢١° \; ٤٧'$



تدريب (١)

قوتان مقدارهما ٣ ، ٣$\sqrt{٢}$ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية وقياس الزاوية بين اتجاهيهما ٤٥ ° ،أوجد مقدار محصلتهما وقياس زاوية ميلها مع القوة الأولى

مثال (٢):

قوتان متعامدتان مقدارهما ٦ ، ٨ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية ،أوجد مقدار محصلتهما وقياس زاوية ميلها مع القوة الأولى

الحل

ح = $\sqrt{ق_١^٢ + ق_٢^٢}$ = $\sqrt{٦^٢ + ٨^٢}$ = ١٠ نيوتن

ظا هـ = $\frac{ق_٢}{ق_١}$ = $\frac{٨}{٦}$ ، ق ∠ هـ = ٧ َ ٥٣ °

تدريب (٢):

قوتان *متعامدتان* مقدارهما ٦ ، ٢,٥ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية ،أوجد مقدار محصلتهما وقياس زاوية ميلها مع القوة الأولى

مثال (٣):

قوتان مقدارهما ٤ ، ٤ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية والزاوية بين اتجاهيهما ٦٠ ° ،أوجد مقدار محصلتهما وقياس زاوية ميلها مع القوة الأولى

الحل

ع = ٢ ق جتا $\frac{ى}{٢}$ = ٢ × ٤ × جتا $\frac{٦٠}{٢}$ = ٤$\sqrt{٣}$ نيوتن

هـ = $\frac{٦٠}{٢}$ = ٣٠ °



تدريب (٣):

قوتان *متساويتان فى المقدار* مقداركل قوة ٣٠ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية، والزاوية بين اتجاهيهما ١٢٠ ° ،أوجد مقدار محصلتهما وقياس زاوية ميلها مع القوة الأولى

مثال (٤):

إذا كان قيمة محصلة قوتين ع (نيوتن) حيث ٤ ⩽ ع ⩽ ١٢ ، $ق_1 > ق_2$ فأوجد مقدار $ق_1$ ، $ق_2$

الحل :

∵ ٤ ⩽ ع ⩽ ١٢

فإن القيمة العظمى للمحصلة = ١٢ نيوتن، القيمة الصغرى للمحصلة = ٤ نيوتن

$ق_1 + ق_2 = ١٢$ ، $ق_1 - ق_2 = ٤$ ∴ $ق_1 = ٨$ نيوتن ، $ق_2 = ٤$ نيوتن

تدريب (٤)

إذا كان قيمة محصلة قوتين ع (نيوتن) حيث ع ∈ [٥ ، ١٣]، $ق_1 > ق_2$ فأوجد مقدار $ق_1$ ، $ق_2$

مثال (٥): قوتان مقدارهما ق ، ٤ ث.كجم تؤثران فى نقطة مادية، وقياس الزاوية بينهما ١٢٠° ،

فإذا كان مقدار محصلتهما ٤$\sqrt{3}$ ث.كجم ، فأوجد مقدار (ق) وقياس الزاوية التى تصنعها المحصلة مع (ق)

الحل:

$$ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2 + 2\, ق_1 ق_2 \text{ جتا } ى}$$

$$4\sqrt{3} = \sqrt{ق^2 + 4^2 + 2 \times ق \times 4 \text{ جتا } 120}$$ وبتربيع الطرفين

$$48 = ق^2 + 16 - 4\,ق$$

$$ق^2 - 4\,ق - 32 = 0$$

ق = ٨ ث.كجم أو ق = -٤ مرفوض

$$\text{ظا } هـ = \frac{ق_2 \text{ جا } ى}{ق_1 + ق_2 \text{ جتا } ى} = \frac{4 \text{ جا } 120°}{8 + 4 \text{ جتا } 120°} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

اى أن قياس الزاوية بين خط عمل المحصلة وخط عمل القوة (ق) = ٣٠ °

تدريب (٥):

قوتان مقدارهما ٧ ، ق نيوتن تؤثران فى نقطة مادية، وقياس الزاوية بينهما ١٢٠° ، فإذا كان مقدار محصلتهما $٧\sqrt{٣}$ نيوتن ، فأوجد مقدار ق وقياس الزاوية التى تصنعها المحصلة مع القوة الأولى

مثال (٦):

قوتان مقدارهما ٦، ق ث. كجم تؤثران فى نقطة مادية، وقياس الزاوية بينهما ١٣٥° أوجد مقدار المحصلة إذا كان خط عمل المحصلة يميل بزاوية قياسها ٤٥ ° على خط عمل القوة الاولى

الحل :

$ق_١ = ٦$ ث. كجم ، $ق_٢ = ق$ ، ى = ١٣٥ ° ، هـ = ٤٥ °

$$ظا هـ = \frac{ق_٢ \text{ جا ى}}{ق_١ + ق_٢ \text{ حتا ى}}$$

$$ظا ٤٥° = \frac{ق \text{ جا } ١٣٥°}{٦ + ق \text{ حتا } ١٣٥°} = ١$$

$$ق \left(\frac{\sqrt{٢}}{٢}\right) = ٦ - ق \left(\frac{\sqrt{٢}}{٢}\right) \quad \therefore \sqrt{٢}\, ق = ٦ \quad \therefore ق = ٣\sqrt{٢} \text{ ث. كجم}$$

$$ح = \sqrt{ق_١^٢ + ق_٢^٢ + ٢ ق_١ ق_٢ \text{ جتا ي}}$$

$$= \sqrt{٦^٢ + (٣\sqrt{٢})^٢ + ٢ (٦)(٣\sqrt{٢}) \text{ جتا } ١٣٥°}$$

$$ع = ٣\sqrt{٢} \text{ ث . كجم}$$

تدريب (٦):

قوتان مقدارهما ٤ ، ق نيوتن تُؤثِّران فى نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما ١٣٥ °، إذا كانت محصلتهما عمودية على القوة الاولى ، أوجد مقدار ق

حلول التدريبات:

١) ع = $٣\sqrt{٥}$ نيوتن ، هـ = ٣٣ / ٢٦ °

٢) ع = ٦.٥ نيوتن ، هـ = ٣٧ / ٢٢ °

٣) ع = ٣٠ نيوتن ، هـ = ٦٠ °

٤) $ق_١ = ٩$ نيوتن ، $ق_٢ = ٤$ نيوتن



٥) ق = ١٤ نيوتن ، هـ = ٩٠ °

٦) ق = $٤\sqrt{٢}$ نيوتن

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

١) القيمة العظمى لمحصلة قوتين مقدارهما ٥ ، ٧ نيوتن متلاقيتين فى نقطة يساوى ٠٠٠٠٠٠٠٠٠

أ) ٢　　ب) ٧　　ج) ١٢　　د) ٣٥

٢) قوتان مقدارهما ٣ ، ٤ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية ومقدار محصلتهما ٧ نيوتن فإن قياس الزاوية بينهما تساوى ٠٠٠٠٠٠٠٠٠

أ) ٠ °　　ب) ٩٠ °　　ج) ١٨٠ °　　د) ٢٧٠ °

٣) قوتان متلاقيتان فى نقطة مقدارهما ٣ ، ق نيوتن وقياس الزاوية بينهما ١٢٠ °

فإذا كانت محصلتهما عمودية على القوة الأولى فإن : ق = ٠٠٠٠٠٠٠ نيوتن

أ) ٢　　ب) ٣　　ج) ٤　　د) ٦

٤) قوتان متساويتان فى المقدار متلاقيتان فى نقطة ، مقدار كل منهما ٨ نيوتن ومقدار محصلتهما ٨ نيوتن فإن قياس الزاوية بينهما يساوى ٠٠٠٠٠٠٠٠٠

أ) ٠ °　　ب) ٦٠ °　　ج) ١٢٠ °　　د) ١٨٠ °

٥) قوتان متلاقيتان فى نقطة مقدارهما ٥ ، ق نيوتن وقياس الزاوية بينهما ١٠٠ ° فإذا كانت محصلتهما تنصف الزاوية بين القوتين، فإن : ق = ٠٠٠٠٠٠٠ نيوتن

أ) ٢　　ب) ٣　　ج) ٤　　د) ٥

٦) مقدار محصلة القوتين ١٠ ، ٦ نيوتن وقياس الزاوية بينهما ٦٠ ° تساوى ٠٠٠٠٠٠٠٠٠ نيوتن

أ) ١٤　　ب) ١٣　　ج) ١٢　　د) ١٠

---

٧) إذا كانت القوتان ٦ ، ٨ نيوتن متعامدتين فإن جيب زاوية ميل محصلتهما على القوة الأولى

تساوى ....

أ) $\frac{٣}{٤}$ ب) $\frac{٤}{٥}$ ج) $\frac{٣}{٥}$ د) $\frac{٤}{٣}$

٨) قوتان متساويتان فى المقدار متلاقيتان فى نقطة ، مقدار محصلتهما ٤ نيوتن وقياس الزاوية بينهما ٦٠ °

فإن مقدار كل منهما يساوى .... نيوتن

أ) ٢ ب) ٣ ج) ٤ د) ٦

٩) محصلة قوتين متساويتن ومتعامدتين مقدار كلا منهما ٦ نيوتن = ...نيوتن

أ) $٦\sqrt{٢}$ ب) ١٢ ج) ٦ د) $٢\sqrt{٦}$

١٠) محصلة قوتين مقدارهما ٤ ، ٨ نيوتن يمكن أن يساوى .... نيوتن

أ) ٣ ب) ٥ ج) ١٣ د) ١٥

اجابة التمارين على الدرس الاول

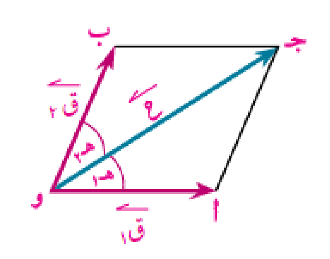
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
ج)	أ)	د)	ج)	د)	أ)	ب)	ج)	أ)	ب)

الدرس الثانى : تحليل القوى



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
إدارة تنمية مادة الرياضيات

المفاهيم الاساسية للدرس:



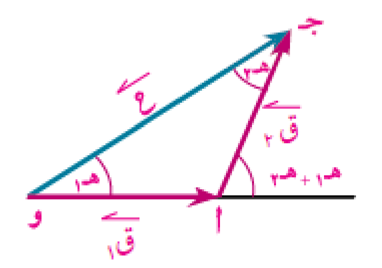
لتحليل القوة $\overleftarrow{ح}$ إلى مركبتين فى الاتجاهين $\overleftarrow{و أ}$ ، $\overleftarrow{و ب}$

واللتين تصنعان زاويتين قياسهما $هـ_1$ ، $هـ_2$

على الترتيب مع $\overleftarrow{ح}$ ولتكن المركبتين $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$

من خواص متوازى الاضلاع أ و ب جـ $\overleftarrow{أ جـ} = \overleftarrow{و ب}$

وبتطبيق قاعدة الجيب

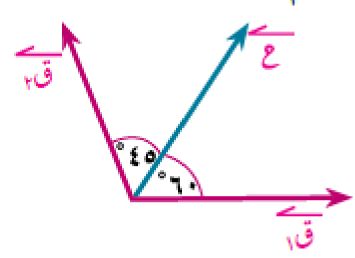


$$\frac{ق_1}{جا\ هـ_2} = \frac{ق_2}{جا\ هـ_1} = \frac{ح}{جا(هـ_1 + هـ_2)}$$

مثال (١):

حلل قوة مقدارها ٢٤ ث. كجم إلى مركبتين تميلان على اتجاه القوة بزاويتين ٦٠° ، ٤٥° فى اتجاهين مختلفين منها

الحل :



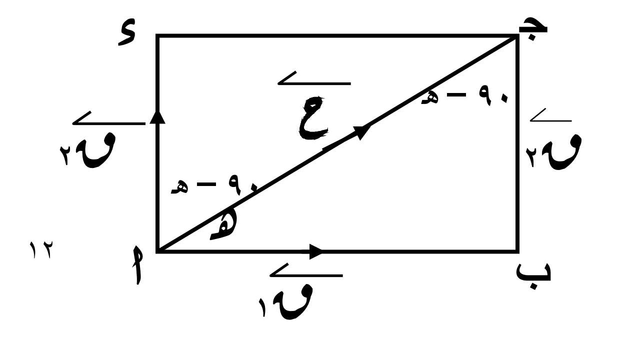
$$\frac{ق_1}{جا\ ٤٥°} = \frac{ق_2}{جا\ ٦٠°} = \frac{٢٤}{جا\ ١٠٥°}$$

$ق_1 \simeq ١٧,٥٧$ **ث. كجم** ، $ق_2 \simeq ٢١,٥٢$ **ث . كجم**

تدريب (١):

حُللت قوة مقدارها ١٠٠ نيوتن إلى مركبتين فى اتجاهين يميل أولهما على القوة بزاوية قياسها ٣٠° و الاخرى بزاوية قياسها ٤٥° فى الناحية الاخرى ، أوجد مقدار هاتين المركبتين

تحليل قوة الى اتجاهين متعامدين



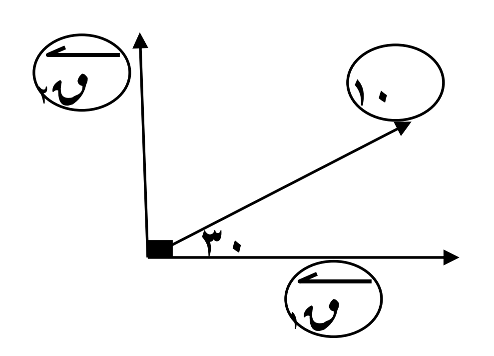
$$\frac{ق_1}{جا(٩٠ - هـ)} = \frac{ق_2}{جا\ هـ} = \frac{ح}{جا\ ٩٠°}$$



= =

$ق_1$ = ع جتا هـ ، $ق_2$ = ع جا هـ

مثال (٢):



حللت قوة مقدارها ١٠ نيوتن الى مركبتين متعامدتين

وكان قياس الزاويه بين القوة والمركبة الاولى = ٣٠ °

أوجد مقدار كلا من المركبتين

الحل :

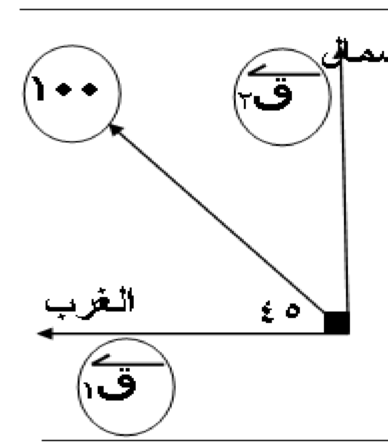
$ق_1$ = ١٠ جتا ٣٠ ° = ٥$\sqrt{٣}$ نيوتن

$ق_2$ = ١٠ جا ٣٠ ° = ٥ نيوتن

تدريب (٢) :

حللت قوة مقدارها ١٠ نيوتن الى مركبتين متعامدتين وكان قياس الزاويه بين القوة والمركبة الاولى = ٦٠ ° أوجد مقدار كلا من المركبتين

مثال (٣) :



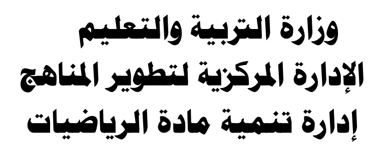
قوة مقدارها ١٠٠ ث جم تعمل فى اتجاه الشمال الغربى . احسب مركبتيهما فى اتجاهى الشمال و الغرب

$ق_1$ = ١٠٠ جتا ٤٥ ° = ٥٠$\sqrt{٢}$ ث جم

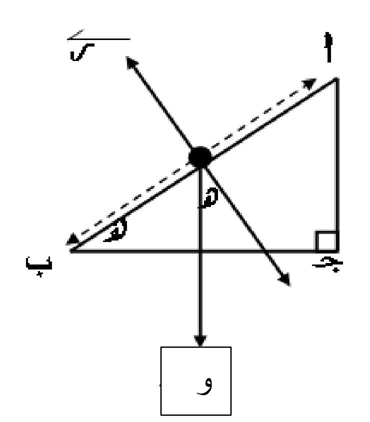
$ق_2$ = ١٠٠ جتا ٤٥ ° = ٥٠$\sqrt{٢}$ ث جم

تدريب (٣) :

حلل قوة مقدارها ٦٠ نيوتن تؤثر فى اتجاه الشمال الى مركبتين متعامدتين احداهما تعمل فى إتجاه شمال الشرق بزاوية قياسها ٣٠ °




المستوى المائل الأملس :



عند وضع جسم على مستوى مائل أملس يميل على الافقى بزاوية قياسها هـ فتذكر ما يلى :

(١) قوة وزن الجسم (و) و هى تعمل فى اتجاه رأسي لأسفل

(٢) قوة رد فعل المستوى الأملس (ر) و تعمل فى اتجاه عمودى على المستوى الأملس .

(٣) الخط $\overleftrightarrow{أب}$ يسمى خط أكبر ميل

(٤) يمكن ايجاد قياس زاوية ميل المستوى على الافقى هـ حيث حا هـ = $\frac{\text{ارتفاع المستوى}}{\text{طول المستوى}}$

(٥) يمكن تحليل قوة وزن الجسم الى مركبتين الاولى فى اتجاه خط أكبر ميل لأسفل (وحاهـ) تكون الثانية فى اتجاه عمودى على المستوى لأسفل (و حتا هـ)

مثال (٤)

جسم وزنه ١٠ ث . كجم موضوع على مستوى مائل يميل على الافقي بزاوية $\frac{1}{6}\pi$ نيوتن أوجد مركبة الوزن في اتجاه خط اكبر ميل للمستوى؟

الحل :

مركبة الوزن فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى = و حا هـ

= ١٠ × جا $\frac{1}{6}\pi$ = ١٠ × جا ٣٠ = ٥ ث كجم

تدريب (٤):

جسم مقدار وزنه ٢٠ نيوتن موضوع على مستوى يميل على الافقي بزاوية قياسها ٣٠ احسب مركبتي الوزن (و) فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى و الاتجاه العمودى علية

حلول التدريبات :

١) (٥١,٨ ، ٧٣,٢) ٢) (٥ ، ٥ $\sqrt{3}$)

٣) (٣٠ ، ٣٠ $\sqrt{٣}$) ٤) (١٠ ، ١٠ $\sqrt{٣}$)

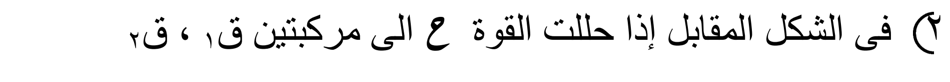
تمارين على الدرس الثانى

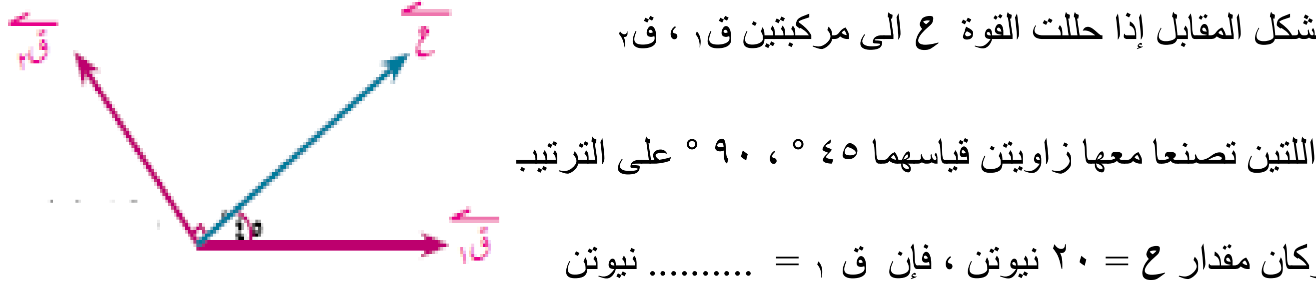
اختر الاجابة الصحيحة

١) قوة مقدارها ٦ نيوتن تعمل فى اتجاه الشمال تم تحليلها إلى مركبتين متعامدتين فإن مركبتها

فى اتجاه الشرق = ... نيوتن

أ) ٦ ب) ٦ $\sqrt{٢}$ ج) ٢ $\sqrt{٢}$ د) صفر





٢) فى الشكل المقابل إذا حللت القوة ع الى مركبتين ق١ ، ق٢

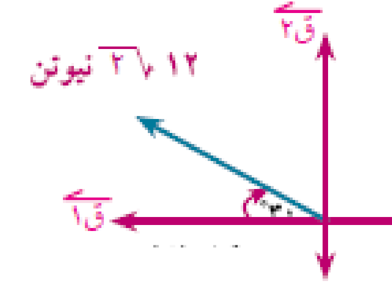
اللتين تصنعا معها زاويتن قياسهما ٤٥ ° ، ٩٠ ° على الترتيب

وكان مقدار ع = ٢٠ نيوتن ، فإن ق ١ = ... نيوتن

أ) ٤٠ $\sqrt{٢}$ ب) ٢٠ $\sqrt{٢}$ ج) ٤٠ د) ٢٠ $\sqrt{٢}$

٣) فى الشكل المقابل قوة مقدارها ١٢ $\sqrt{٢}$ نيوتن ، تعمل فى اتجاه ٣٠ ° شم

فإن $\frac{ق_١}{ق_٢}$ = ... نيوتن



أ) $\sqrt{٣}$ ب) $\sqrt{٦}$ ج) $\sqrt{٢}$ د) $٢\sqrt{٣}$

٤) قوة مقدارها ٨ $\sqrt{٢}$ نيوتن تعمل فى اتجاه الشمال تم تحليلها إلى مركبتين متعامدتين ،

فإن مركبتها فى اتجاه الشمال الشرقى = ٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ نيوتن

أ) ٢ ب) ٦ ج) ٧ د) ٨

٥) مستوى مائل طوله ١٣٠ سم ، وارتفاعه ٥٠ سم وُضع عليه جسم وزنه ٣٩٠ ث٠جم ،

فإن مركبة الوزن فى اتجاه خط اكبر ميل =.......... ث٠جم

أ) ٥٠ ب) ١٥٠ ج) ٣٦٠ د) ٣٩٠

٦) مستوى مائل يميل على الافقى بزاوية قياسها ٣٠ ° وُضع عليه جسم وزنه ١٢٠ ث٠جم ،

فإن مركبة الوزن فى اتجاه عمودى على خط اكبر ميل للمستوى =.......... ث٠جم

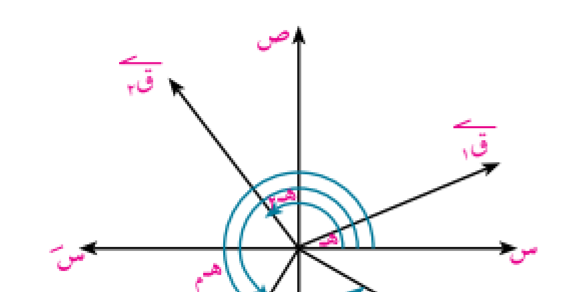
أ) ٦٠ ب) ٣٠ ج) ٦٠ $\sqrt{٣}$ د) ٦٠ $\sqrt{٢}$

اجابة التمارين على الدرس الثانى

١	٢	٣	٤	٥	٦
د)	ب)	أ)	د)	ب)	ج)

الدرس الثالث:محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة

المفاهيم الاساسية للدرس:



فى الشكل المقابل :

إذا اثرت عدة قوى متلاقية في نقطة على نقطة مادية كما بالشكل المقابل فإن محصلة هذه القوى هي

$\overleftarrow{ح}$ = (ق١ جتاهـ١ + ق٢ جتاهـ٢ + ... + قن جتاهـن) $\overleftarrow{س}$
+ (ق١ جاهـ١ + ق٢ جاهـ٢ + ... + قن جاهـن) $\overleftarrow{ص}$

أو $\overleftarrow{ح}$ = س $\overleftarrow{س}$ + ص $\overleftarrow{ص}$

ح = $\sqrt{س^٢ + ص^٢}$

، ظا هـ = $\frac{ص}{س}$ حيث هـ قياس الزاوية القطبية للمحصلة

أمثلة محلول

مثال (١): إذا كان $\overleftarrow{ق}_١$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ − ٢ $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق}_٢$ = $\overleftarrow{س}$ − م $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق}_٣$ = ب $\overleftarrow{س}$ − ٤ $\overleftarrow{ص}$

، $\overleftarrow{ح}$ = ٦ $\overleftarrow{س}$ − ٤ $\overleftarrow{ص}$ فإن م-٢ ب = ...

(أ) −٦ (ب) ٢ (ج) صفر (د) ٤

الحل: ٣ + ١ + ب = ٦ ∴ ب = ٢ ، -٢ − م-٤ = -٤ ∴ −م = ٢ ∴ م=-٢

م − ٢ب = -٢ - ٢ × ٢ = −٦ الاجابة (أ)

تدريب (١) إذا كان إذا كانت $\overleftarrow{ق}_١$ = م $\overleftarrow{س}$ + ٣ $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق}_٢$ = ٢ $\overleftarrow{س}$ − ب $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق}_٣$ = - $\overleftarrow{س}$ + $\overleftarrow{ص}$
، $\overleftarrow{ح}$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ + م $\overleftarrow{ص}$ فإن م − ب = ...

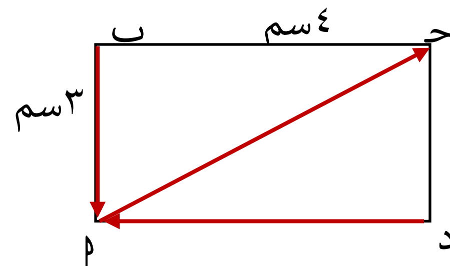
مثال (٢): تؤثر القوى التي مقاديرها ١٥ ، ٢٥ ، ٣٥ $\sqrt{٣}$ نيوتن في نقطة فإذا كانت الزاوية بين اتجاهي القوتين الاولي والثانية ٦٠ وبين اتجاهي القوتين الثانية و الثالثة ٣٠ ، فإن مقدار محصلة القوى =......نيوتن

الحل: ح = (١٥ جتا (٠°)+ ٢٥ جتا (٦٠°) + ٣٥ $\sqrt{٣}$ جتا(٩٠°)) س
+ (١٥ جا (٠°)+ ٢٥ جا (٦٠°) + ٣٥ $\sqrt{٣}$ جا(٩٠°)) ص

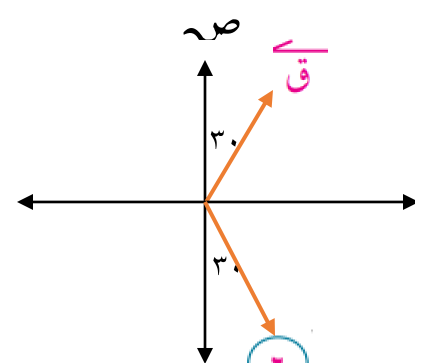
$\overleftarrow{ح}$ = ٢٧,٥ $\overleftarrow{س}$ + $\frac{٩٥ \sqrt{٣}}{٢}$ $\overleftarrow{ص}$

ح = ٥ $\sqrt{٣٠١}$ نيوتن

تدريب (٢): أب جـ د مستطيل إذا اثرت القوى ٦ ، ٥ ، ١٠ نيوتن فى الاتجاهات $\overleftarrow{أد}$ ، $\overleftarrow{أجـ}$ ، $\overleftarrow{بأ}$ على الترتيب ، فإن محصلة القوى تصنع مع $\overleftarrow{أد}$ زاويـة ظلها = ...



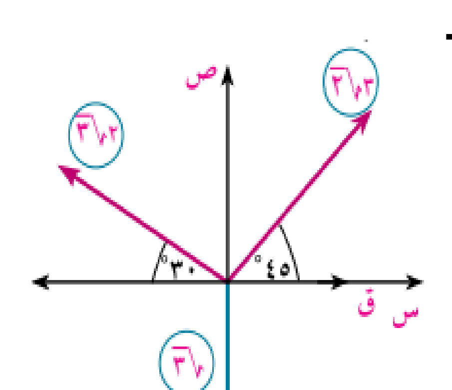
مثال (٣): القوى الموضحة بالشكل مقاسة بالنيوتن فإذا كانت محصلة القوى تؤثر في محور س فإن مقدار $\overleftarrow{ق}$ = ...نيوتن



الحل:

قياس الزاوية بين القوتين = ١٢٠ والمحصلة تنصف الزاوية بينهما
∴ ق = ٦ نيوتن

تدريب (٣): فى الشكل المقابل إذا كان مقدار محصلة القوى تساوى ٢ $\sqrt{٣}$
أوجد قيمة ق





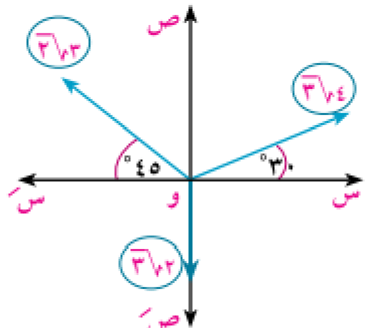
حلول التدريبات: (١) صفر (٢) $\frac{٧}{٢}$ (٣) ٣

تمارين على الدرس

(١) إذا كانت القوى $\overleftarrow{ق}_١$ = ٢ $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ق}_٢$ = $\overleftarrow{س}$ − ٢ $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق}_٣$ = ٦ $\overleftarrow{ص}$ فإن مقدار محصلة القوى = ... واتجاهها = ...

(٢) إذا كانت القوى $\overleftarrow{ق}_١$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ − ٢ $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق}_٢$ = ٢ $\overleftarrow{س}$ − $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق}_٣$ = ٤ $\overleftarrow{س}$ − ب $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ح}$ = ٦ $\overleftarrow{س}$ − ٤ $\overleftarrow{ص}$ فإن ٢ = ... ، ب = ...

(٣) فى الشكل المقابل أوجد مقدار واتجاه محصلة القوى



(٤) إذا كانت $\overleftarrow{ق}_١$ = ٥ $\overleftarrow{س}$ + ٣ $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق}_٢$ = ٢ $\overleftarrow{س}$ + ٦ $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق}_٣$ = − ١٤ $\overleftarrow{س}$ + ب $\overleftarrow{ص}$ ثلاث قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة وكانت المحصلة $\overleftarrow{ح}$ = (١٠ $\sqrt{٢}$ ، ١٣٥°) أوجد قيمتى ٢ ، ب

اجابة التمارين (١) مقدار المحصلة = ٥، اتجاهها يصنع زاوية هـ مع محور السينات حيث ظا هـ = $-\frac{٤}{٣}$

(٢) ٢ = − ١ ب = ١

(٣) المحصلة = ٣ $\sqrt{٢}$ ، ظاهـ = ١

(٤) ٢ = − ١ ، ب = ١

الدرس الرابع : اتزان جسم تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة

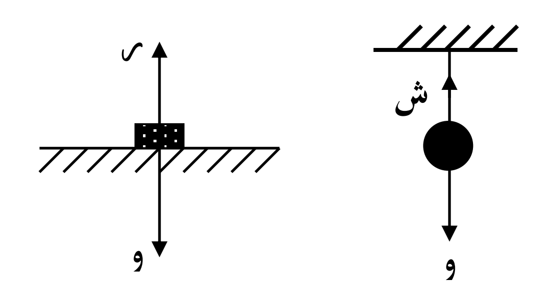
المفاهيم الاساسية للدرس:

(١) اتزان جسم جاسئ تحت تأثير قوتين

قاعدة : إذا اتزن جسم جاسئ تحت تأثير قوتين فقط كانت القوتان :

١) متساويتين فى المقدار ٢) متضادتين فى الاتجاه ٣) خط عملهما على استقامة واحدة

من أمثلة توازن جسم تحت تأثير قوتين:



(١) إذا علق ثقل (و) بحبل خفيف من نقطة فإنه يتزن تحت تأثير قوتين هما وزن الجسم والشد فى الحبل

(٢) إذا وضع جسم على نضد أفقى أملس فإنه يتزن تحت تأثير قوتين هما الوزن ورد فعل النضد على الجسم

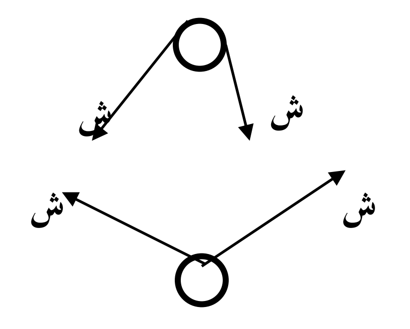
ملاحظات هامة :

(١) إذا أثر على جسم متماسك قوتان متساويتان فى المقدار وفى إتجاهين متضادين وفى نفس الخط المستقيم فإنه لا يكون لهما أى تأثير على الجسم من ناحية السكون أو الحركة

(٢) القوى المتبادلة الناتجة عن تأثير جسم على أخر تكون دائما متساوية فى المقدار ومتضادة فى الاتجاه وهذا هو القانون الثالث لنيوتن والذى ينص على أنه

لكل فعل رد فعل مساو له فى المقدار ومضاد له فى الاتجاه





(٣) إذا مر خيط خفيف على بكرة ملساء فان مقدار الشد فى الخيط لا يتغير بمروره على البكرة

(٤) إذا مر خيط خفيف فى حلقة ملساء فإن مقدار الشد فى الخيط لا يتغير بمروره داخل الحلقة

اتزان جسم تحت تأثير ثلاث قوى

إذا إتزنت ثلاث قوى مستوية و متلاقية فى نقطة فإن محصلة أى قوتين منها تكون مساوية فى المقدار لمقدار القوة الثالثة و مضادة لها فى الاتجاه و لهما نفس خط العمل

امثلة محلولة

مثال (١):

إذا اتزنت القوى ٥ ، ٥$\sqrt{٣}$ ، ١٠ نيوتن فأوجد قياس الزاويه بين القوة الاولى والثانية

$ق_١ = ٥$ ، $ق_٢ = ٥\sqrt{٣}$ مقدار محصلتهما ١٠

بفرض أن الزاوية بين القوة الاولى والثانية ى

$$ح = \sqrt{ق_١^{\,٢} + ق_٢^{\,٢} + ٢\, ق_١\, ق_٢ \text{ جتا ي}}$$

$$١٠ = \sqrt{٢٥ + ٧٥ + ٢ \times ٥ \times ٥\sqrt{٣} \text{ جتا ى}}$$

← جتا ى = ٠ ← ى = ٩٠ °

تدريب (١):

إذا كانت القوة التى مقدارها ق تتزن مع قوتان مقدارهما ٦ ، ١٠ نيوتن واللتان تحصران بينهما زاوية قياسها ٦٠ ° ، أوجد قيمة ق



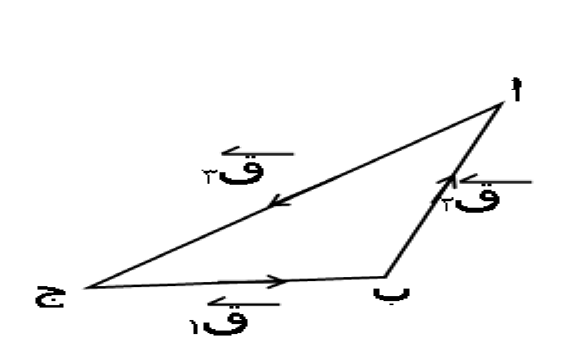
ملاحظة :

إذا اتزنت ثلاث قوى متلاقية فى نقطة فإن متجه محصلتها هو المتجه الصفرى

$$\overleftarrow{ح} = \overleftarrow{ق_١} + \overleftarrow{ق_٢} + \overleftarrow{ق_٣} = \overleftarrow{٠}$$

قاعدة مثلث القوى

إذا أتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى متلاقية فى نقطة ورسم مثلث أضلاعه توازى خطوط عمل القوى وفى أتجاه دورى واحد فإن اطوال أضلاع المثلث تكون متناسبة مع مقدار القوى



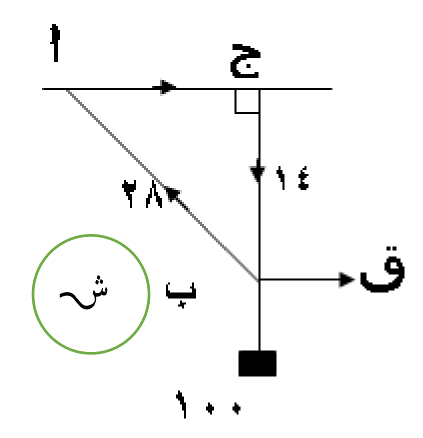
$$\frac{ق_١}{ب\,ج} = \frac{ق_٢}{أ\,ب} = \frac{ق_٣}{ج\,أ}$$

مثال (٢):

خيط خفيف طوله ٢٨سم ثبت طرفه أ فى نقطة ثابتة وعلق وزن مقداره ١٠٠ ث جم من طرفه الاخر ب أوجد مقدار القوة اللازمة لحفظ الوزن على بعد ١٤سم من الخط الافقى المار بنقطة أ إذا كانت القوة المؤثرة أفقية

الحل





$$أ\,ج = \sqrt{٢٨^٢ - ١٤^٢} = ١٤\sqrt{٣} \text{ سم}$$

المثلث أ ب ج هو مثلث القوى

$$\frac{ق}{أ\,ج} = \frac{ش}{أ\,ب} = \frac{١٠٠}{ب\,ج}$$

$$\frac{ق}{١٤\sqrt{٣}} = \frac{ش}{٢٨} = \frac{١٠٠}{١٤}$$

$$ق = ١٠٠\sqrt{٣} \text{ ث جم}$$



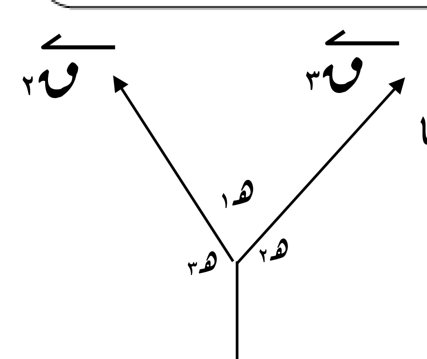
تدريب (٢):

خيط خفيف طوله ٢٠سم ثبت طرفه أ فى نقطة ثابتة وعلق وزن مقداره(و) ث جم من طرفه الاخر ب إذا كان مقدار القوة الافقية اللازمة لحفظ الوزن على بعد ١٢سم من الخط الافقى المار بنقطة أ = ٥٠ ث جم اوجد مقدار الوزن (و)

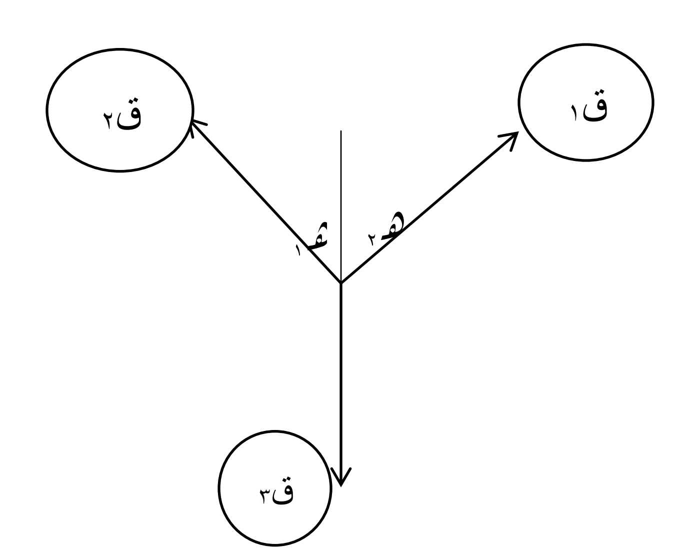
قاعدة لامى

إذا أتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى متلاقية فى نقطة فان مقدار كل قوة يتناسب مع جيب الزاوية المحصورة بين القوتين الاخريين.

إذا أثرت القوى ق١ ، ق٢ ، ق٣ الثلاث فى نقطة مادية و كانت هـ١ ، هـ٢ ، هـ٣ هى قياسات الزوايا المقابلة لها على الترتيب فإن :



$$\frac{ق_1}{حا\ هـ_1} = \frac{ق_2}{حا\ هـ_2} = \frac{ق_3}{حا\ هـ_3}$$



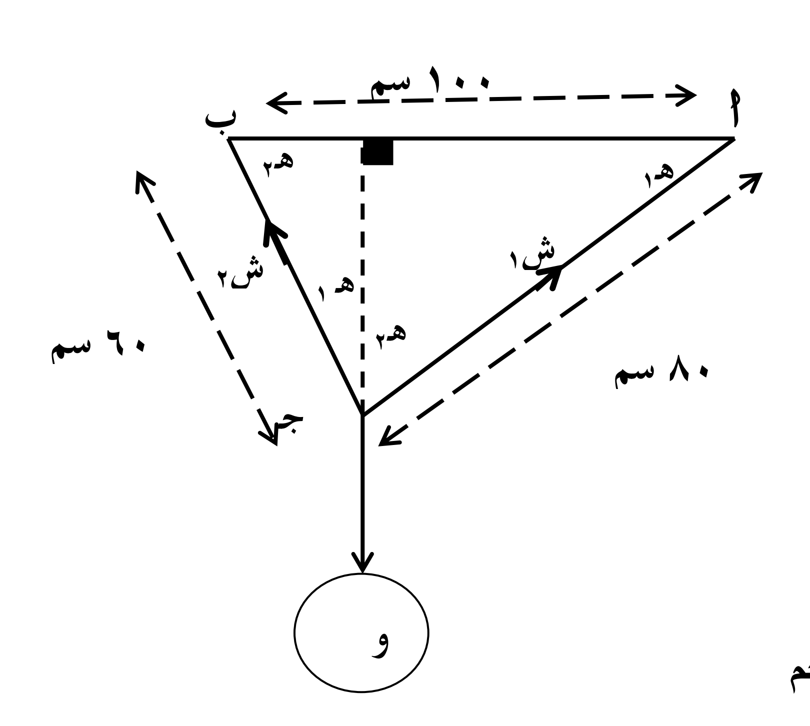
$$\frac{ق_1}{حا\ هـ_1} = \frac{ق_2}{حا\ هـ_2} = \frac{ق_3}{حا\ (هـ_1 + هـ_2)}$$



مثال (٣):

علق ثقل مقداره ١٥٠ ث جم بخيطين طوليهما ٦٠سم ، ٨٠ سم و ثبت الطرفان الآخران للخيطان فى نقطتين من خط أفقى بحيث كان الخيطان متعامدين . أوجد مقدار الشد فى كلا من الخيطين

الحل :



أ ب = $\sqrt{٦٠^٢ + ٨٠^٢}$ = ١٠٠ سم

$\frac{ش_١}{حا هـ_١} = \frac{ش_٢}{حا هـ_٢} = \frac{١٥٠}{حا (هـ_١ + هـ_٢)}$

حا هـ $_١$ = $\frac{٦٠}{١٠٠}$ حا هـ $_٢$ = $\frac{٨٠}{١٠٠}$

حا (هـ $_١$ + هـ $_٢$) = جا ٩٠ = ١

ش $_١$ = ٩٠ ث جم ش $_٢$ = ١٢٠ ث جم

تدريب (٣):

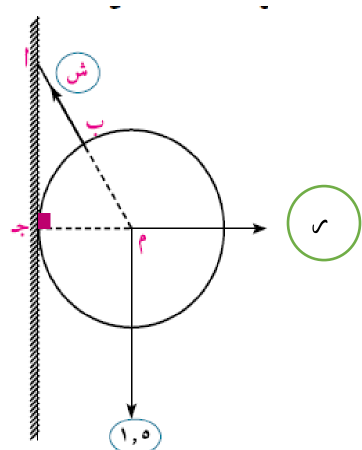
علق ثقل مقداره ١٠٠ ث جم فى طرف خيط مثبت طرفه الأخر فى حائط رأسي ، أزيح الثقل بقوة عمودية على الخيط حتى أصبح الخيط مائلا على الحائط بزاوية قياسها ٣٠ ° أوجد فى وضع الاتزان مقدار القوة و كذلك الشد فى الخيط عندئذ



مثال (٤):

كرة ملساء وزنها ١,٥ نيوتن تستند على حائط أملس و معلقة بخيط مثبت أحد طرفية فى نقطة على سطحها و طرفه الاخر مربوط فى حائط فى نقطة أ أعلى نقطة تماس الكرة تماما . فإذا كان طول الخيط يساوى طول نصف قطر الكرة . أوجد الضغط على الحائط و الشد فى الخيط

الحل :



لان طول الخيط يساوى طول نصف قطر الكرة م جـ = $\frac{١}{٢}$ أ م = ل

أ م = ٢ ل ، أ جـ = $\sqrt{٣}$ ل

المثلث أ م جـ هو مثلث القوى

$$\frac{ش}{أ م} = \frac{ر}{م جـ} = \frac{١,٥}{أ جـ}$$

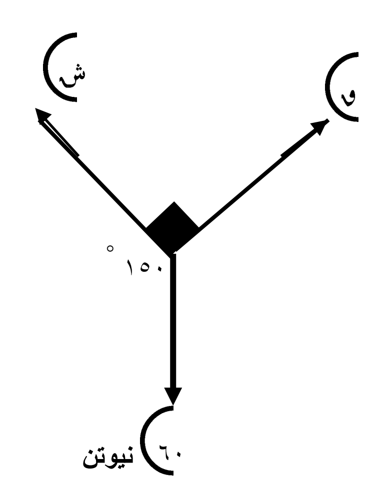
$$\frac{ش}{٢ل} = \frac{ر}{ل} = \frac{١,٥}{\sqrt{٣}\ ل}$$

ش = $\sqrt{٣}$ نيوتن ، ر = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ نيوتن

ملحوظة يمكن حل هذا المثال باستخدام قاعدة لامى



تدريب (٤)



في الشكل المقابل إذا كانت القوى متنزنة
فأوجد و، ش

حل التدريبات

تدريب (١) ق = ١٤ نيوتن

تدريب(٢) و = ٣٧,٥ ث.جم

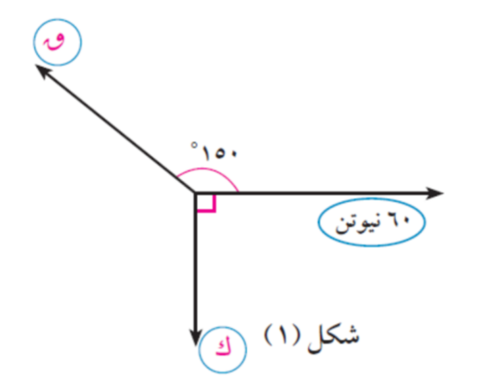
تدريب(٣) ق = $\frac{١٠٠\sqrt{٣}}{٣}$ ث.جم ، ش = $\frac{٢٠٠\sqrt{٣}}{٣}$ ث.جم

تدريب(٤) و = ٣٠ نيوتن ، ش = $٣٠\sqrt{٣}$ نيوتن



تمارين على الدرس الرابع

اختر الاجابة الصحيحة

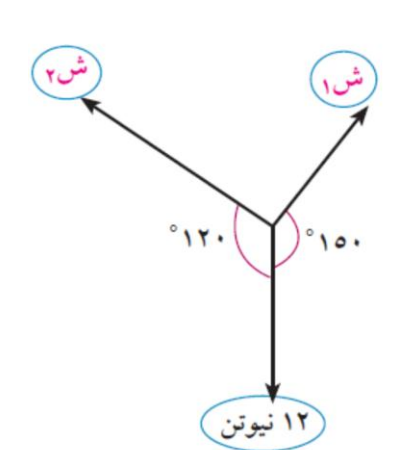


١) في الشكل المقابل إذا كانت مجموعة القوى

متزنة فإن   و = ... نيوتن

أ) ٤٠   ب) ٦٠

ج) ٤٠ $\sqrt{3}$ د) ٦٠ $\sqrt{3}$

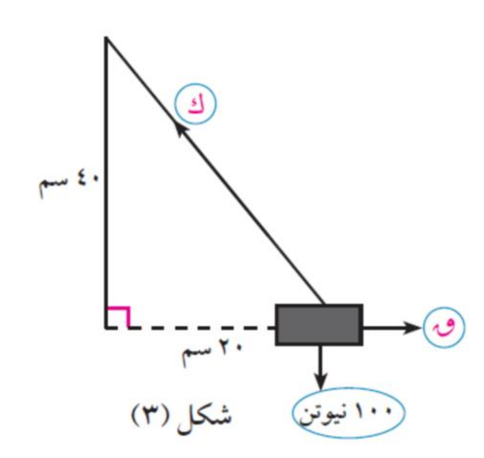


٢) في الشكل المقابل إذا كانت مجموعة القوى

متزنة فإن   ش ÷ ش = ... نيوتن

أ) ٣   ب) ٢

ج) $\sqrt{3}$ د) ٦



٣) في الشكل المقابل إذا كانت مجموعة القوى

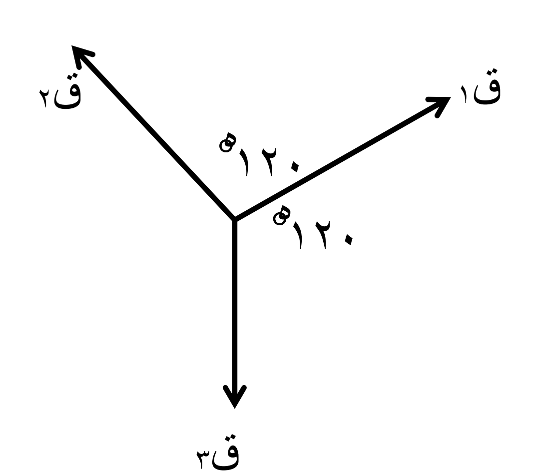
متزنة فإن   و + ك = ... نيوتن

أ) ١٠٠   ب) ٥٠ $\sqrt{5}$

ج) ١٥٠ $\sqrt{5}$ د) ٥٠ + ٥٠ $\sqrt{5}$

٤) إذا كانت القوة التي مقدارها ق نيوتن تتزن مع قوتان مقدارهما ٢٥ ، ١٥ نيوتن واللتان تحصران بينهما زاوية قياسها ٦٠° فإن ق = ... نيوتن

أ) ٣٥ ب) ٢٥ ج) ٢٠ د) ١٦



٥) في الشكل المقابل :
إذا كانت مجموعة القوي متزنة فإن .....

أ) $ق_1 + ق_2 + ق_3 = ٠$ ب) $ق_3 = ق_2 + ق_1$

ج) $ق_1 = ق_2 = ق_3$ د) $ق_3 = ق_2 - ق_1$

اجابة تمارين الدرس الربع

١	٢	٣	٤	٥
ج	ج	د	أ	ج



تمارين عامة على الوحدة الاولى

اختر الاجابة الصحيحة

١) إذا أثرت قوتان مقدارهما ١٠ ، ٢٠ نيوتن في نقطة مادية فإن أكبر قيمة للمحصلة تحدث عندما تكون الزاوية بين القوتين...........°

(أ) صفر (ب) ٦٠ (ج) ٩٠ (د) ١٨٠

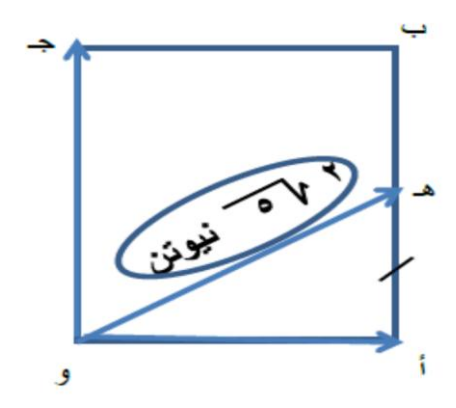
٢) قوتان متساويتان في المقدار وقياس الزاوية بينهما ٦٠ ° ، فإذا كانت محصلتهما ٦ نيوتن فإن مقدار كل قوة منهما يساوي ....نيوتن

(أ) ٣ (ب) ٦ (ج) $٣\sqrt{٢}$ (د) $٢\sqrt{٣}$

٣) قوتان مقدارهما ق ، ٢ ق نيوتن تؤثران في نقطة مادية ، فإذا كان مقدار محصلتهما $\sqrt{٣}$ ق نيوتن فإن قياس الزاوية بينهما =...........°

(أ) ٦٠ (ب) ٩٠ (ج) ١٢٠ (د) ١٥٠

٤) في الشكل المقابل:



و أ ب جـ مربع ، هـ منتصف أ ب ، أثرت قوة مقدارها $٢\sqrt{٥}$ نيوتن في اتجاه $\overleftarrow{و هـ}$ فتكون مركبة القوة في اتجاه $\overleftarrow{و أ}$ =....... نيوتن

(أ) ٢ (ب) $٥\sqrt{٢}$

(ج) $\sqrt{٥}$ (د) ٤

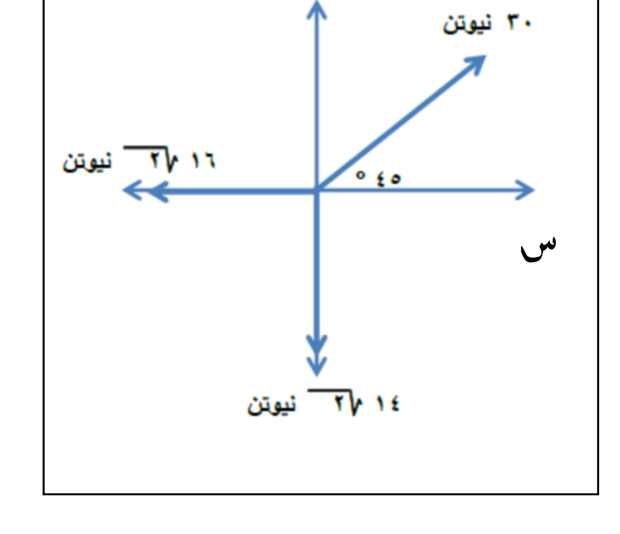


٥) إذا كان $\overleftarrow{ق_١} = ٢\overleftarrow{س} + ٥\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق_٢} = ٤\overleftarrow{س} - ٨\overleftarrow{ص}$ ، محصلتهما $\overleftarrow{ح} = ٢أ\overleftarrow{س} - ٣ب\overleftarrow{ص}$ ، فإن أ + ب = ...

(أ) صفر (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٦) قوتان مقدارهما ٤ ، ٨ نيوتن تؤثران في نقطة مادية، فإذا كان قياس الزاوية بينهما ١٢٠° فإن قياس زاوية ميل المحصلة على القوة الأولى = ...°

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (ج) ٦٠ (د) ٩٠



استخدم الشكل المقابل في الاجابة عن الأسئلة من(٧ : ١٠)

٧) المجموع الجبري لمركبات القوى في اتجاه $\overleftarrow{و س}$ =.....

(أ) $\sqrt{٢}$ نيوتن (ب) $-\sqrt{٢}$ نيوتن
(ج) $١٥\sqrt{٢}$ نيوتن (د) $٣١\sqrt{٢}$ نيوتن

٨) المجموع الجبري لمركبات القوى في اتجاه $\overleftarrow{و ص}$ =....

(أ) $\sqrt{٢}$ نيوتن (ب) $-\sqrt{٢}$ نيوتن
(ج) $١٥\sqrt{٢}$ نيوتن (د) $٣١\sqrt{٢}$ نيوتن

٩) مقدار محصلة القوى الثلاثة =....

(أ) $\sqrt{٢}$ نيوتن (ب) $٢\sqrt{٢}$ نيوتن (ج) ٢ نيوتن (د) $٦٠\sqrt{٢}$ نيوتن

١٠) قياس الزاوية التي تصنعها المحصلة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات =.......°

(أ) ٤٥ (ب) ١٣٥ (ج) ٢٢٥ (د) ٣١٥

في الشكل المقابل:

جسم وزنه ٢٤ نيوتن موضوع على مستوى مائل أملس يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠°، اتزن الجسم تحت تأثير قوة أفقية مقدارها ق نيوتن.

استخدم الشكل في الاجابة عن الأسئلة من (١١: ١٢)

١١) مقدار القوة ق =.......... نيوتن

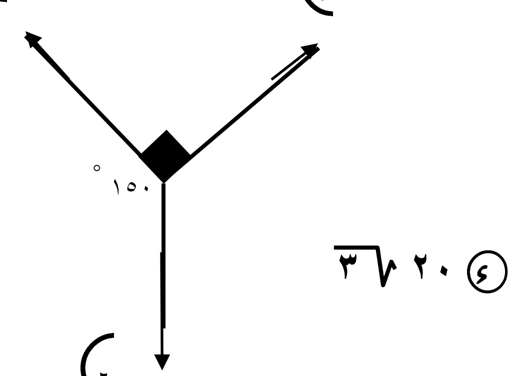
(أ) ١٢ (ب) ٢٤ (ج) ٨ √٣ (د) ١٦ √٣

١٢) مقدار رد الفعل العمودي ر =.......... نيوتن

(أ) ١٢ (ب) ٢٤ (ج) ٨ √٣ (د) ١٦ √٣

١٣) إذا كانت القوى ٣، ٥ ، ٧ نيوتن متوازنة فإن قياس الزاوية بين القوتين الاولى والثانية =...°

(أ) ١٢٠ (ب) ٦٠ (ج) ١٥٠ (د) ٣٠



الشكل المقابل يمثل مجموعة من القوي المستوية المتزنة

استخدم الشكل في الاجابة عن الاسئلة من (١٤: ١٥)

١٤) مقدار القوة ق =.......... نيوتن

(أ) ٣٠ (ب) ٢٠ (ج) ٣٠ √٣ (د) ٢٠ √٣

١٥) مقدار الشد ش = ... نيوتن

(أ) ٣٠ (ب) ٢٠ (ج) ٣٠ √٣ (د) ٢٠ √٣



١٦) قوتان مقدارهما ٧ ، ٧ نيوتن ومقدار محصلتهما ٧ نيوتن فإن زاوية ميل المحصلة على القوة الاولى تساوي .... °

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (ء) ١٢٠

١٧) قوتان مقدارهما ٣ ، ١٠ نيوتن فإن محصلتهما لا يمكن أن تساوي ....نيوتن

(أ) ٧ (ب) ٥ (جـ) ١٣ (ء) ٩

١٨) قوتان مقدارهما ٥ ، ١٢ نيوتن ويحصران بينهما زاوية قياسها ي حيث ي ∈ [٠ ، ٩٠°]

فإن محصلتهما ح ∈

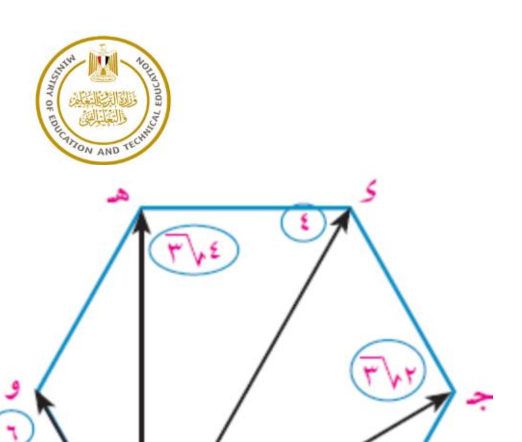
(أ) [٧ ، ١٧] (ب) [٠ ، ١٧] (جـ) [٧ ، ١٣] (ء) [١٣ ، ١٧]

١٩) قوة مقدارها ٦ $\sqrt{٢}$ نيوتن تؤثر في اتجاه الشمال تم تحليها الي مركبتين متعامدتين احداهما في اتجاه الشمال الشرقي فإن مركبتها في اتجاه الشمال الغربي = ...نيوتن

(أ) ٦ (ب) ١٢ (جـ) ٣ $\sqrt{٢}$ (ء) ٤

٢٠) ثلاث قوى الاولى مقدارها ٥ نيوتن وتؤثر في اتجاه الشرق والثانية مقدارها ٥ $\sqrt{٢}$ وتؤثر في اتجاه الشمال الغربي والثالثة مقدارها ٥ نيوتن وتؤثر في اتجاه الجنوب فإن محصلة هذه القوى تساوي......نيوتن

(أ) ١٠ (ب) ٥ $\sqrt{٢}$ (جـ) ١٠ $\sqrt{٢}$ (ء) صفر

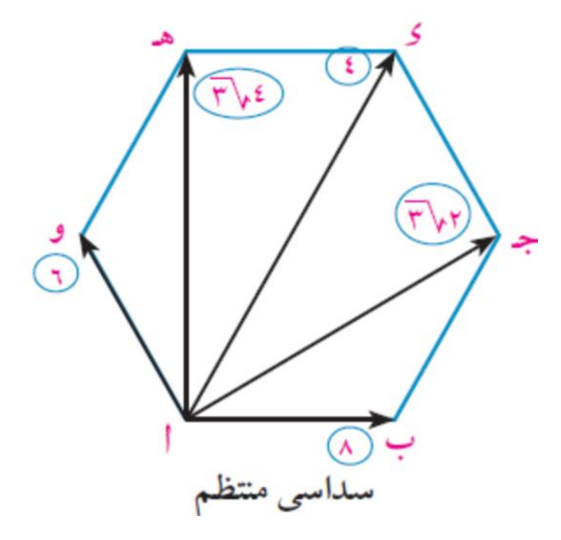


٢١) في الشكل المقابل :

محصلة مجموعة القوى المؤثرة =........نيوتن

(أ) ١٠　　　(ب) ١٠ √٣

(جـ) ٢٠ √٣　　　(ء) ٢٠



٢٢) في الشكل المقابل :

زاوية ميل المحصلة على ←أ ب =.........°

(أ) ٣٠　　　(ب) ٦٠

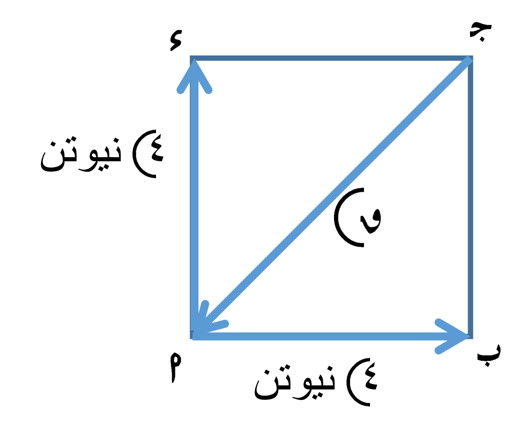
(جـ) ٤٥　　　(ء) ٩٠

٢٣) في الشكل المقابل:

أ ب جـ ء مربع إذا كانت المجموعة متزنة
فإن ق =.........نيوتن

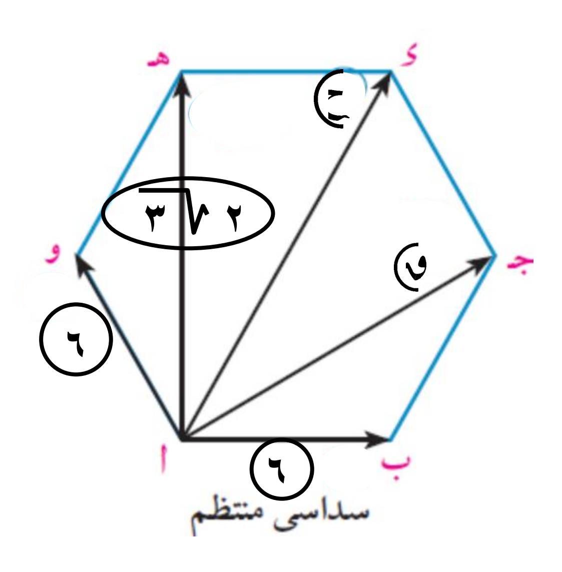
(أ) ٤　　　(ب) ٤ √٢

(جـ) ٨ √٢　　　(ء) ٨



٢٤) في الشكل المقابل إذا كانت محصلة القوى

تؤثر في $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ فإن ق = ... نيوتن



أ) ٢ $\sqrt{٣}$ ب) ٦

جـ) ٦ $\sqrt{٣}$ ء) ٤

٢٥) في الشكل المقابل إذا كانت ح محصلة القوى

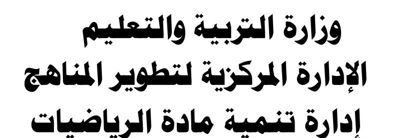
و تؤثر في $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ فإن ح = ... نيوتن

هـ
ء
ح
٢ $\sqrt{٣}$
و
ق
جـ
٦
أ
٦
ب
سداسى منتظم

أ) ٦ ب) ١٢ $\sqrt{٣}$

جـ) ٦ $\sqrt{٣}$ ء) ١٢





اجابة التمارين العامة على الوحدة الاولى

١) م   ٢) ء   ٣) ء   ٤) ء   ٥) ء   ٦) ء

٧) ب   ٨) م   ٩) جـ   ١٠) ب   ١١) جـ   ١٢) ء

١٣) ب   ١٤) م   ١٥) جـ   ١٦) ء   ١٧) ب   ١٨) ء

١٩) م   ٢٠) ء   ٢١) ء   ٢٢) ب   ٢٣) ب   ٢٤) م

٢٥) ء



الاختبار الاول على الوحدة الاولى

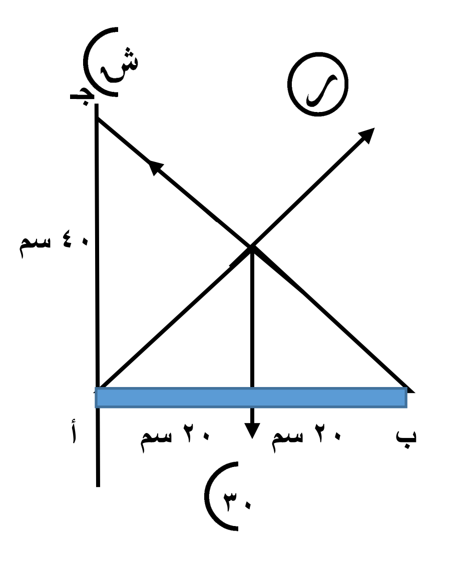
اختر الاجابة الصحيحة

١) قوتان متساويتان $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{3}$ نيوتن وقياس الزاوية بينهما ٦٠° ، فإن مقدار محصلتهما يساوي ....نيوتن

(أ) ٣ (ب) ٦ (ج) $3\sqrt{2}$ (ء) $2\sqrt{3}$

٢) قوتان مقدارهما ٥ ، ١٢ نيوتن ، ومحصلتهما ١٣ نيوتن فإن قياس زاوية بينهما = ...°

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (ج) ٦٠ (ء) ٩٠



استخدم الشكل المقابل في الاجابة عن الأسئلة من(٣ : ٤)

أبَ قضيب منتظم طوله ٤٠ سم ووزنه ٣٠ نيوتن متصل بمفصل عند أ ويتزن أفقيًا بخيط طرفاه عند ب وعند جـ حيث جـ تقع رأسيا فوق أ ، أ جـ = ٤٠سم .

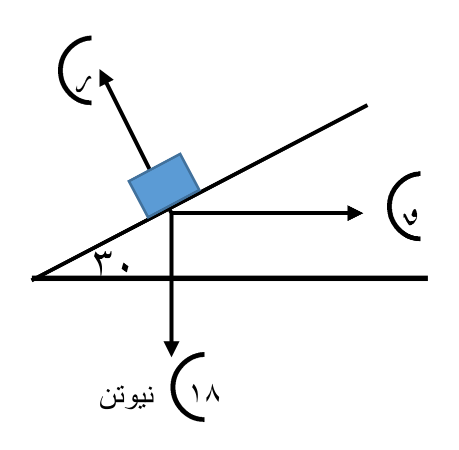
٣) رد فعل المفصل ر = ... نيوتن

(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (ج) $15\sqrt{2}$ (ء) $30\sqrt{2}$

٤) الشد في الخيط ش = ... نيوتن

(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (ج) $15\sqrt{2}$ (ء) $30\sqrt{2}$





استخدم الشكل المقابل في الاجابة عن الأسئلة من(٥ : ٦)
جسم وزنه ١٨ نيوتن موضوع على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠°، اتزن الجسم تحت تأثير قوة أفقية ق نيوتن فإن

٥) ق = ... نيوتن

أ) ٦√٣   ب) ١٢√٣

ج) ١٨√٣   ء) ٢٤√٣

٦) ر = ... نيوتن

أ) ٦√٣   ب) ١٢√٣

ج) ١٨√٣   ء) ٢٤√٣

اجابة الاختبار الاول على الوحدة الاولى

١) أ   ٢) ء   ٣) ج   ٤) ج   ٥) أ   ٦) ب

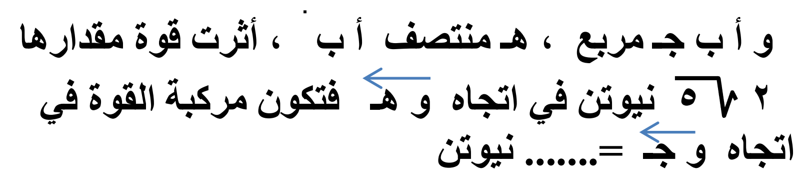


الاختبار الثاني على الوحدة الاولى

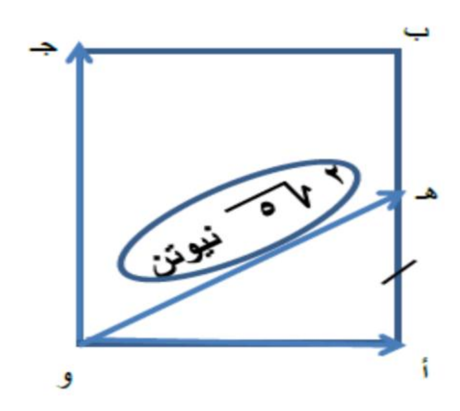
اختر الاجابة الصحيحة



١) في الشكل المقابل:



و أ ب جـ مربع ، هـ منتصف أ ب ، أثرت قوة مقدارها $2\sqrt{5}$ نيوتن في اتجاه $\overrightarrow{و هـ}$ فتكون مركبة القوة في اتجاه $\overrightarrow{و جـ}$ = ... نيوتن



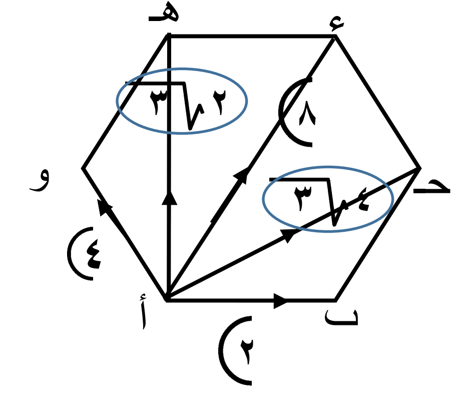


(أ) ٢ (ب) $5\sqrt{2}$

(جـ) $\sqrt{5}$ (ء) ٤

* من الشكل المقابل أ ب جـ ء هـ و شكل سداسي منتظم تؤثر القوى ٢ ، $4\sqrt{3}$ ، ٨ ، $2\sqrt{3}$ ، ٤ ثقل كجم في الاتجاهات $\overrightarrow{أ ب}$ ، $\overrightarrow{أ جـ}$ ، $\overrightarrow{أ ء}$ ، $\overrightarrow{أ هـ}$ ، $\overrightarrow{أ و}$ على الترتيب

استخدم الشكل في الاجابة عن الاسئلة من(٢ : ٣)





٢) محصلة القوى = ... ثقل كجم

(أ) ٢٠ (ب) $20\sqrt{3}$ (جـ) $10+10\sqrt{3}$ (ء) $20+\sqrt{3}$

٣) اتجاه محصلة هذه القوى تميل على $\overrightarrow{أ ب}$ بزاوية ....$^\circ$

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (ء) ٩٠



٤) إذا أثرت قوتان مقدارهما ق١ ، ق٢ نيوتن في نقطة مادية فإن أقل قيمة للمحصلة تحدث عندما تكون الزاوية بين القوتين...........°

أ) صفر ب) ٦٠ ج) ٩٠ ء) ١٨٠

٥) وضع جسم وزنه ١٠٠ ث.جم على مستو أملس يميل على الافقي بزاوية قياسها ٣٠° فإن مقدار أقل قوة توثر في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لاعلى وتمنع الجسم من الانزلاق =.....ث. جم

أ) ١٠٠ ب) ٥٠ ج) ٥٠ $\sqrt{٣}$ ء) ٦٠

٦) قوتان مقدارهما ٧ ، ٢٠ نيوتن فإن مقدار محصلتهما يمكن أن تكون....... نيوتن

أ) ٣٠ ب) ٢٨ ج) ١٢ ء) ١٩

اجابة الاختبار الثاني على الوحدة الاولى

١) أ ٢) أ ٣) ج ٤) ء ٥) ب ٦) ء



رياضيات – تطبيقات الرياضيات

الصف الثانى الثانوى (علمى)

الوحدة الثانية

(الهندسة والقياس)

المحتويات

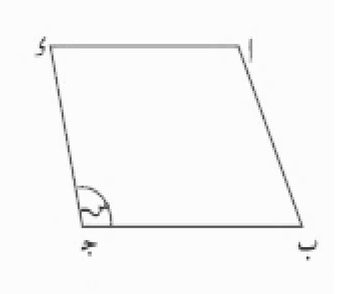


الصف الثاني الثانوي – القسم العلمى
الوحدة الثانية – الهندسة والقياس

الدرس الأول: المستقيمات والمستويات في الفراغ

المفاهيم الاساسية للدرس:

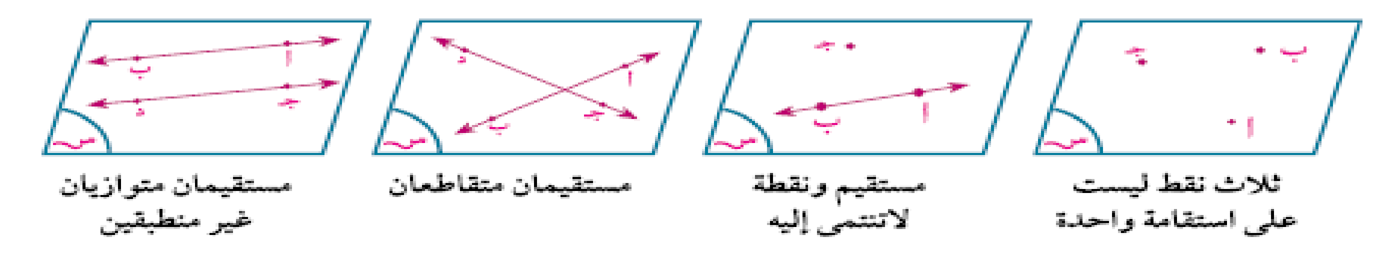
- **يتحدد الخط المستقيم تحديداً تاماً إذا علم نقطتان مختلفتان عليه.**
- **المستوى هو سطح لا حدود له بحيث إن المستقيم المار بأى نقطتين فيه يقع بأكمله على ذلك السطح.**



فىالشكل المقابل: يرمز للمستوى بالرمز س أو ص أو ع أو ...

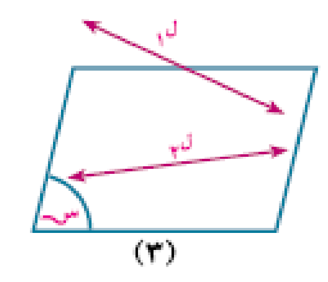
أو يرمز له بثلاثة أحرف على الأقل مثل ⍺ ب جـ ، ...... وهو بلا حدود من جميع جهاته، ويمثل بشكل مثلث أو مربع أو مستطيل أو متوازى أضلاع أو دائرة أو....

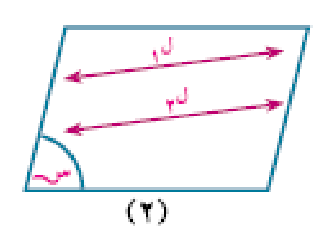
- **يتحدد المستوى تحديدا تاماً بإحدى الحالات التالية :**

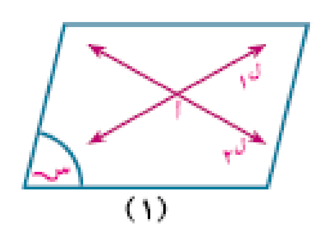


- **أي نقطة في الفراغ يمر بها عدد لا نهائي من المستويات.**
- **الفراغ (الفضاء) هو مجموعة غير منتهية من النقاط، وهو الذى يحتوى جميع الأشكال والمستويات والمجسمات محل الدراسة.**
- **أى نقطة فى المستوى يمر بها عدد لا نهائى من المستقيمات.**
- **أى مستقيم فى الفراغ يمر بها عدد لا نهائى من المستويات .**

أولاً: العلاقة بين مستقيمين فى الفراغ :







توجد ثلاث حالات مختلفة للأوضاع النسبية لمستقيمين $ل_1$ ، $ل_2$ فى الفراغ هى :

(١) المستقيمان متقاطعان : فى هذه الحالة يمكن أن يحتويهما مستوى واحد .

فى الشكل (١) : $ل_1 \cap ل_2 = \{أ\}$ ، $ل_1$ ، $ل_2$ يقعان فى مستوى واحد

(٢) المستقيمان متوازيان : فى هذه الحالة يمكن أن يحتويهما مستوى واحد .

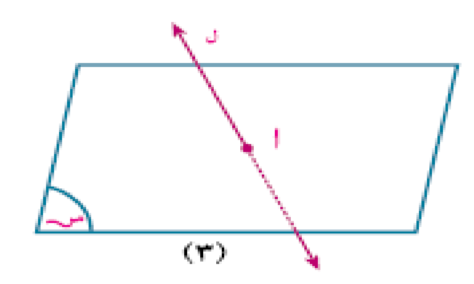
فى الشكل (٢) : $ل_1 \cap ل_2 = \varnothing$ ، $ل_1$ ، $ل_2$ يقعان فى مستوى واحد

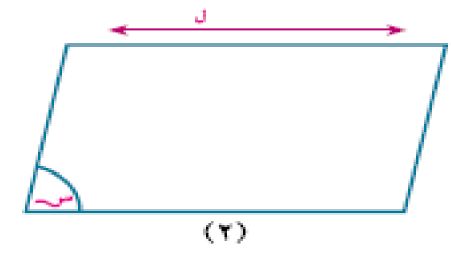
(٣) المستقيمان متخالفان : فى هذه الحالة لا يمكن أن يحتويهما مستوى واحد .

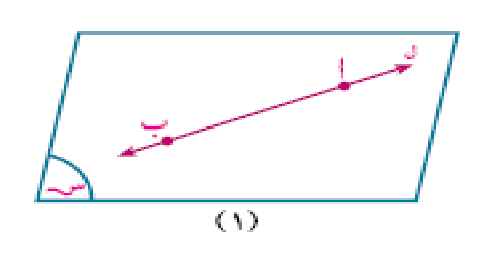
فى الشكل (٣) : $ل_1 \cap ل_2 = \varnothing$ ، $ل_1$ جزء من س ويقال أنهما متخالفان

ثانياً: العلاقة بين مستقيم و مستوى فى الفراغ :

توجد ثلاث حالات مختلفة للأوضاع النسبية لمستقيم ومستوى فى الفراغ وهي كما بالشكل :





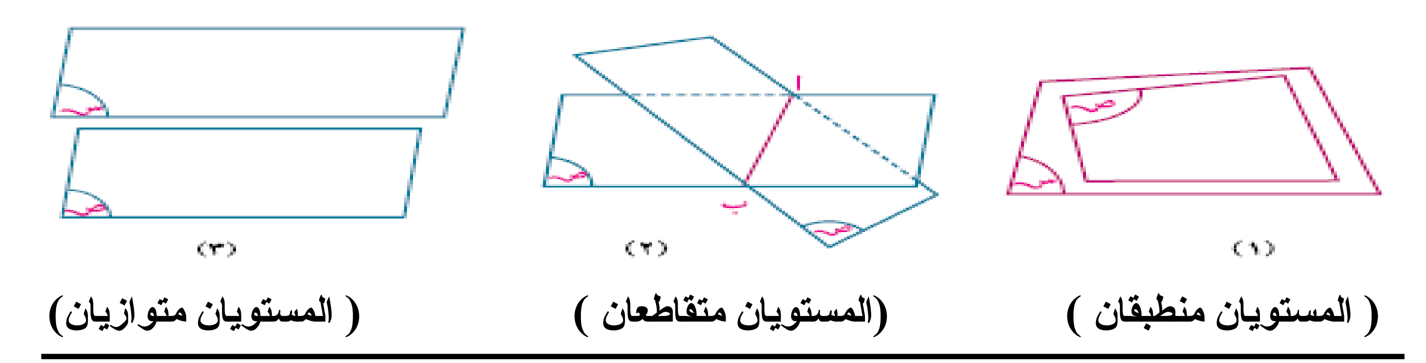


(المستقيم محتوى فى المستوى) (المستقيم مواز للمستوى) (المستقيم قاطع للمستوى)



الاوضاع النسبية لمستويين فى الفراغ :

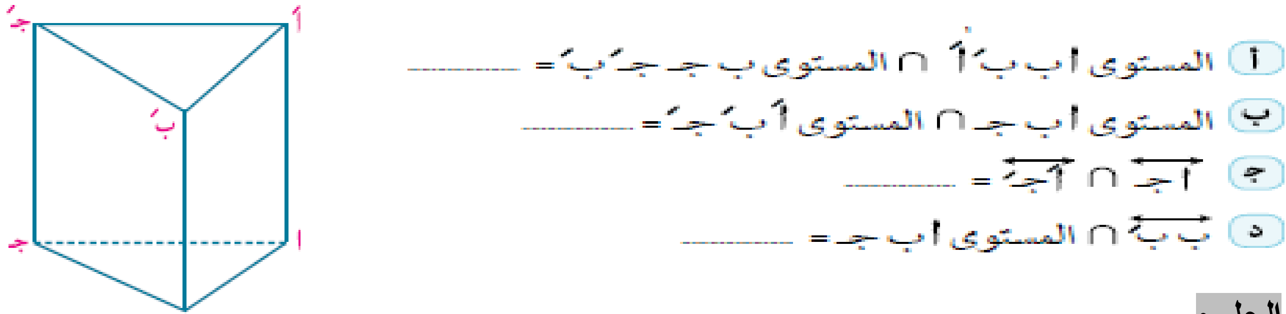
يوجد لمستويين مختلفين ثلاثة أوضاع نسبية فى الفراغ وهى كما بالشكل:



(المستويان منطبقان) **(المستويان متقاطعان)** **(المستويان متوازيان)**

أمثلة محلولة

مثال (١): باستخدام الشكل المقابل : اكمل مايلى



أ) المستوى أ ب ب' أ' ∩ المستوى ب جـ جـ' ب' = ...

ب) المستوى أ ب جـ ∩ المستوى أ' ب' جـ' = ...

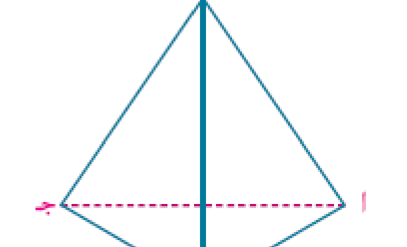
جـ) $\overleftrightarrow{أجـ} \cap \overleftrightarrow{أ'جـ'}$ = ...

د) $\overleftrightarrow{بب'}$ ∩ المستوى أ ب جـ = ...

الحل :

أ) $\overleftrightarrow{بب'}$ ب) ∅  جـ) ∅ د) { ب }

تدريب (١):



أ) المستوى م أ ب ∩ المستوى م ب جـ = ...

ب) المستوى م ب جـ ∩ المستوى أ ب جـ = ...

جـ) $\overleftrightarrow{مب}$ ∩ المستوى أ ب جـ = ...

د) $\overleftrightarrow{مجـ} \cap \overleftrightarrow{أب}$ = ...

هـ) المستوى م أ ب ∩ المستوى م ب جـ ∩ المستوى م أ جـ = ...



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
إدارة تنمية مادة الرياضيات

مثال (٢): اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة.

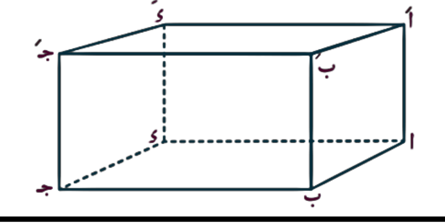
(١) أي مما يأتي لا يحدد مستوي

(أ) ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة　　(ب) مستقيم ونقطة تنتمي اليه

(حـ) مستقيمان متوازيان　　(ء) مستقيمان متقاطعان

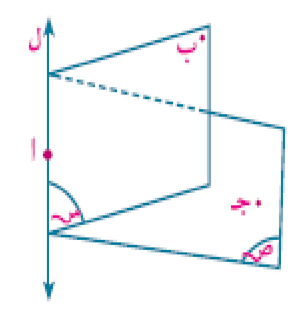
في الشكل المقابل

عدد المستقيمات المتخالفة مع المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أأَ}}$



(أ) ١　　(ب) ٢　　(حـ) ٣　　(ء) ٤

تدريب (٢):



في الشكل المقابل:

س، ص مستويان متقاطعان في المستقيم ل، أ ∈ ل، ب ∈ س، ب ∉ ص، جـ ∈ ص، جـ ∉ س أكمل ما يأتي:



أ) المستوى س ∩ المستوى أ ب جـ = ...

ب) المستوى ص ∩ المستوى أ ب جـ = ...

جـ) المستوى س ∩ المستوى ص ∩ المستوى أ ب جـ = ...

مثال (٣): اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة.

١) ينطبق المستويان إذا اشتركا فى . . . .

(أ) نقطة واحدة　　(ب) نقطتان

(حـ) ثلاث نقط على استقامة واحدة　　(د) ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة



٢) جميع الحالات الآتية تعين مستوى ماعدا ٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠

(أ) مستقيمين متقاطعين (ب) مستقيمين متخالفين

(حـ) مستقيمين متوازيين مختلفين (د) مستقيماً ونقطة لاتنتمى إليه

الحل :

١) ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة ٢) مستقيمين متخالفين

تدريب (٣):

إذا كان المستقيمان ل١ ، ل٢ متخالفين فإن ل١ ∩ ل٢ = ...

(أ) ∅ (ب) ل١

(حـ) ل٢ (د) المستوى الذى يحوى ل١ ، ل٢

حلول التدريبات:

تدريب (١)

م	ب	جـ	د	هـ
$\overleftrightarrow{م ب}$	$\overleftrightarrow{ب جـ}$	{ ب }	∅	{ م }

تدريب (٢)

م	ب	جـ
$\overleftrightarrow{م ب}$	$\overleftrightarrow{م جـ}$	{ م }

تدريب (٣) (أ) ∅



تمارين على الدرس الأول

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة.

١) أي أربع نقط ليست في مستوى واحد تعين لنا:

أ) مستويان ب) ثلاث مستويات ج) اربع مستويات د) لا تعين مستو

٢) إذا اشترك مستويان في نقطتين ا ، ب فإنهما:

أ) متطابقان ب) متقاطعان في $\overleftrightarrow{أب}$

ج) متقاطعان في مستقيم موازٍ $\overleftrightarrow{أب}$ د) يشتركان في نقطة ثالثة لا تقع على $\overleftrightarrow{أب}$

٣) $\overleftrightarrow{أب}$ توازي المستوى س إذا كان

أ) $\overline{أب} \cap س = \phi$ ب) ا ، ب تقعان في جهتين مختلفتين من س

ج) ا ، ب على بعدين مختلفين من المستوى س د) $\overleftrightarrow{أب} \cap س = \phi$

٤) المستقيمان $ل_١$ ، $ل_٢$ متوازيان إذا كان

أ) $ل_١ \cap ل_٢ = \phi$ ب) $ل_١ \cup ل_٢$ يقعان من مستوى واحد

ج) إذا كان $ل_١ \cap ل_٢ = \phi$ ، $ل_١$ ، $ل_٢$ يجمعهما مستوى واحد.

د) إذا كان $ل_١ \cap ل_٢ = \phi$ ، $ل_١$ ، $ل_٢$ لا يجمعهما مستوى واحد.

٥) يكون المستقيمان متخالفين إذا كانا

أ) غير متوازيين. ب) غير منطبقين.

ج) لايجمعهما مستوى واحد. د) يقعان في مستوى واحد.

اجابة التمارين على الدرس الأول

١	٢	٣	٤	٥
ج	ب	د	ج	ج



الدرس الثانى: الهرم والمخروط

المفاهيم الاساسية للدرس:

أولاً:الهرم : هو مجسم له قاعدة واحدة و جميع أوجهة الأخرى مثلثات تشترك فى رأس واحدة أولاً

و يسمى حسب عدد أضلاع مضلع قاعدته ، ثلاثى أو رباعى أو .....

ملاحظات :

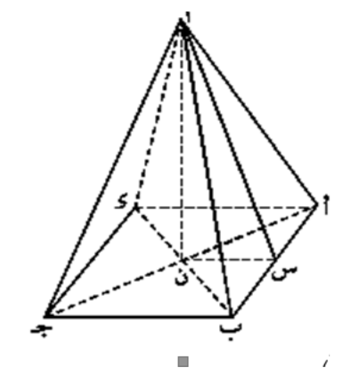


- الشكل المقابل م أ ب جـ ء هـ هرم خماسى.
- م أ ب ، م ب حـ ، م حـ ء ، م هـ ء ، م أ هـ تسمى أوجه جانبية للهرم.
- $\overline{م أ}$ ، $\overline{م ب}$ ، $\overline{م هـ}$ ، $\overline{م جـ}$ ، $\overline{م د}$ تسمى أحرف جانبية للهرم .
- ارتفاع الهرم هو (م ن) هو بعُد رأس الهرم عن مستوى قاعدته .
- الارتفاع الجانبى (م س) هو بعُد رأس الهرم عن أحد أضلاع قاعدته .

الهرم المنتظم

هو الهرم الذى قاعدته مضلع منتظم مركزه موقع العمود المرسوم من رأس الهرم عليها

خواص الهرم المنتظم :



- أحرفه الجانبية متساوية الطول .
- أوجهه الجانبية سطوح مثلثات متساوية الساقين و متطابقة
- الارتفاعات الجانبية متساوية فى الطول .
- قاعدة الهرم مضلع منتظم (مثلث متساوى الاضلاع ، مربع ،.......

ملحوظة هامة :

المستقيم العمودى من رأس الهرم على مستوى قاعدته يكون عموديا على أى مستقيم فيها .

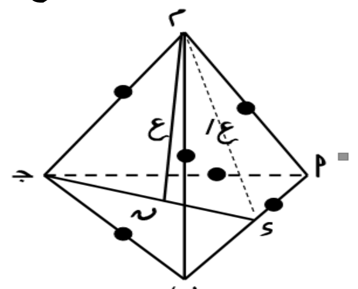
الهرم القائم: يكون الهرم قائما إذا و فقط كان موقع العمود المرسوم من رأس الهرم على قاعدته يمر بمركزها الهندسي .



ملحوظة : مركز المثلث المتساوى الاضلاع هو نقطة تقاطع متوسطاته. و مركز المربع هو نقطة تقاطع قطريه

الهرم الثلاثى منتظم الوجوه : هو هرم قائم أوجهه الاربعة سطوح مثلثات متساوية الأضلاع .

خواصه :



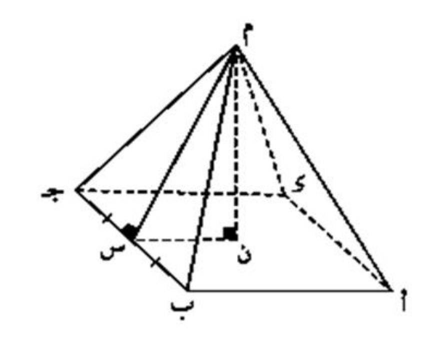
- **يمكن إعتبار أى وجه من أوجهه قاعدة**
- **الارتفاعات الجانبية متساوية فى الطول**
- **أطوال أحرفه الستة متساوية فى الطول**

أمثلة محلولة

مثال (١):

م ﻫ ب ج ء هرم رباعى منتظم طول ضلع قاعته ﻫ ب ج ء يساوى ١٠ سم وارتفاعه ١٢ سم أوجد ارتفاعه الجانبى و ارسم إحدى شبكاته.

الحل :



م ن = ١٢ سم ارتفاع الهرم ، ﻫ ب = ١٠ سم أحد أضلاع قاعدته

ن نقطة تقاطع قطرى المربع ﻫ ب ج ء

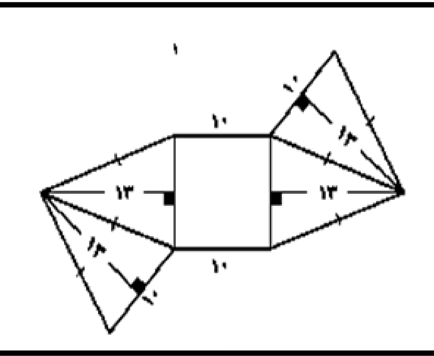
الهرم رباعى منتظم ∴ $\overline{\text{م ن}}$ ⊥ المستوى ﻫ ب ج ء

بفرض س منتصف $\overline{\text{ب ج}}$ ∴ $\overline{\text{م س}}$ ⊥ $\overline{\text{ب ج}}$ ∴ يكون (م س) ارتفاع جانبى للهرم المنتظم .

فى Δ ء ب ج: ن منتصف $\overline{\text{ء ب}}$ ، س منتصف $\overline{\text{ب ج}}$

∴ ن س = $\frac{1}{2}$ ء ج = $\frac{1}{2}$ × ١٠ = ٥ سم

∵ $\overline{\text{م ن}}$ ⊥ المستوى ﻫ ب ج ء ∴ Δ م ن س قائم الزاوية فى ن



∴ $(م س)^٢ = (م ن)^٢ + (ن س)^٢$

$= (١٢)^٢ + (٥)^٢ = ١٦٩$

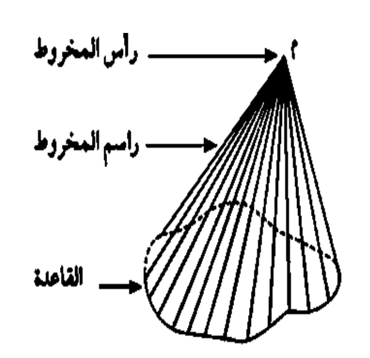
∴ الارتفاع الجانبى للهرم = ١٣ سم

الشكل المقابل يوضح إحدى شبكات الهرم م ﺃب ﺟ ﺩ

تدريب (١):

م ﺃب ﺟ ﺩ هرم رباعى منتظم ارتفاعه ٢٠ سم ، و ارتفاعه الجانبى ٢٥ سم أوجد طول ضلع الهرم

ثانياً:المخروط :



هو مجسم له قاعدة واحدة على شكل منحنى مغلق و رأس واحدة و يتكون سطحه الجانبى من جميع نقط القطع المستقيمة المرسومة من رأسه إلى منحنى قاعدته والتى يعرف كل منها براسم المخروط. (كما هو واضح بالشكل)

المخروط الدائرى القائم

هو الجسم الذى ينشأ من دوران مثلث قائم الزاوية دورة كاملة حول أحد ضلعى القائمة كمحور



خواص المخروط الدائرى القائم :

يوضح الشكل المقابل مخروط دائرى قائم ناشئ من دوران المثلث القائم الزاوية فى ب دورة كاملة حول $\overleftrightarrow{أب}$ كمحور فنجد:

١- $\overline{أجـ}$ راسم المخروط ، أ رأس المخروط ، النقطة جـ ترسم أثناء الدوران دائرة مركزها نقطة ب وطول نصف قطرها يساوى طول $\overline{بجـ}$ وسطح الدائرة هو قاعدة المخروط.

٢- $\overleftrightarrow{أب}$ محور المخروط عمودى على مستوى القاعدة ، ارتفاع المخروط يساوى طول $\overline{أب}$.

شبكة المخروط الدائرى القائم

يمكن طي شبكة المخروط القائم لتكوين عبوات مخروطية الشكل .

فى الشكل المقابل :

- ➢ أب = أجـ = ل (طول راسم المخروط)
- ➢ القطاع أبجـ يمثل السطح الجانبي للمخروط ، طول $\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$ = ٢ π نق

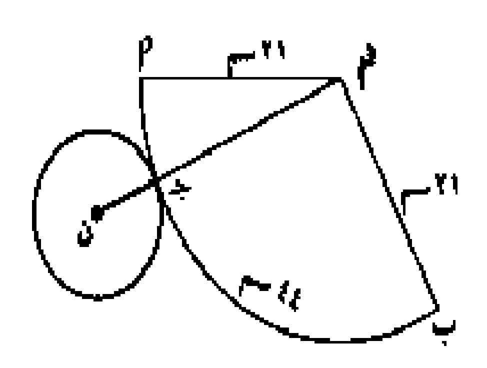
حيث نق طول نصف قطر قاعدة المخروط

- ➢ ارتفاع المخروط = طول $\overline{\text{أن}}$

مثال (٢):

الشكل المقابل يوضح شبكة مخروط قائم مستعينا بالبيانات المعطاه . أوجد إرتفاعه.

الحل



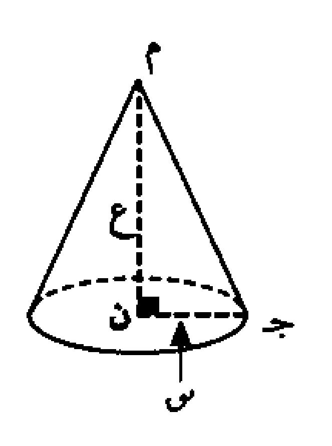
من شبكة المخروط نلاحظ أن :

طول راسم المخروط = طول $\overline{\text{م أ}}$ = ٢١ سم

محيط قاعدة المخروط = طول $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$ = ٤٤ سم

طول نصف قطر قاعدة المخروط = طول $\overline{\text{جـ ن}}$ = نق

عند طي شبكة المخروط نحصل على الشكل المقابل



فيكون ارتفاع المخروط = طول $\overline{\text{م ن}}$ = ع



∵ محيط قاعدة المخروط = ٤٤ سم ∴ ٢π نق = ٤٤ سم



$\therefore$ ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × نق = ٤٤ $\therefore$ نق = ٧ سم

$\because$ ع^{٢} = ل^{٢} − نق^{٢} $\therefore$ ع^{٢} = (٢١)^{٢} − (٧)^{٢} = ٣٩٢ $\therefore$ ع = ١٤$\sqrt{٢}$ سم

تدريب (٢):

فى الشبكة السابقة للمخروط القائم، إذا كان م أ = ٤١سم ، طول $\overset{\frown}{أ ب}$ = ١٨ π سم أوجد ارتفاع المخروط.

حلول التدريبات

تدريب (١):

طول ضلع الهرم = ٣٠ سم

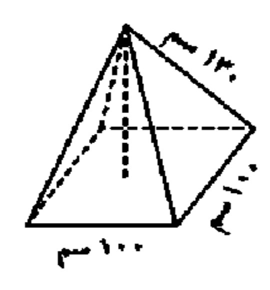
تدريب (٢):

ارتفاع المخروط = ٤٠ سم

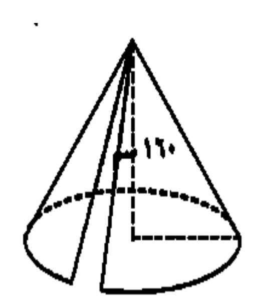


تمارين على الدرس الثانى

١) يوضح الشكل المقابل خزان مياه على شكل هرم رباعى منتظم مستعينًا بالبيانات المعطاه أوجد كل من ارتفاع الوجه الجانبي وارتفاع الخزان



٢) خيمة على شكل مخروط دائرى قائم ارتفاعها ١٦٠سم ومحيط قاعدتها ٧٥٣,٦سم احسب طول راسم مخروط الخيمة



اجابة التمارين على الدرس الثانى

تمرين (١)

ارتفاع الوجه الجانبى = ١٢٠ سم

ارتفاع الخزان = ١١٩,١٠ سم

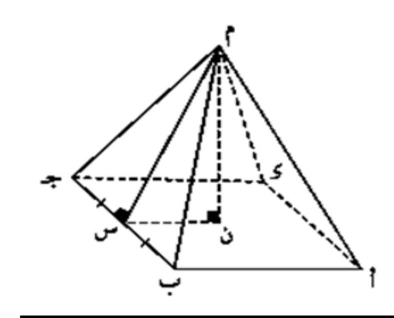
تمرين (٢)

طول راسم المخروط = ١٠,٤٠ سم

الدرس الثالث: المساحة الكلية لكل من الهرم والمخروط

المفاهيم الاساسية للدرس:

أولاً: المساحة الكلية للهرم المنتظم القائم.



المساحة الجانبية للهرم القائم = مجموع مساحات أوجهه الجانبية

= $\frac{1}{2}$ محيط قاعدته × ارتفاعه الجانبى

المساحة الكلية للهرم = المساحة الجانبية له + مساحة قاعدته

أمثلة محلولة

مثال (١):

هرم رباعى منتظم طول ضلع قاعدته ١٠ سم وارتفاعه الجانبى ١٢سم أوجد مساحته الجانبية.

الحل

المساحة الجانبية للهرم القائم = $\frac{1}{2}$ محيط قاعدته × ارتفاعه الجانبى

= $\frac{1}{2}$ (٤× ١٠) × ١٢ = ٢٤٠ سم^2

تدريب(١):

هرم رباعى منتظم طول ضلع قاعدته ١٥ سم وارتفاعه الجانبى ١٠سم أوجد مساحته الجانبية.

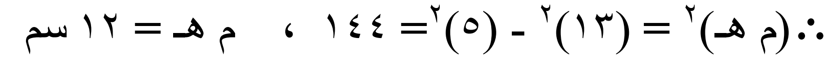
مثال (٢):

م أب جـ ء هرم رباعى منتظم ، طول حرفه الجانبى ١٣سم ، وطول ضلع قاعدته ١٠سم ، أحسب مساحته الكلية.

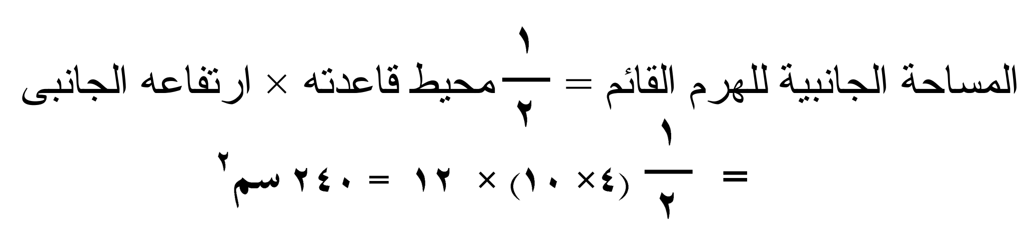
الحل

مساحة القاعدة = ١٠×١٠= ١٠٠ سم^٢

في المثلث م هـ ﺀ القائم الزاوية في هـ نجد أن : (م هـ)^٢ = (م ﺀ)^٢ – (هـ ﺀ)^٢

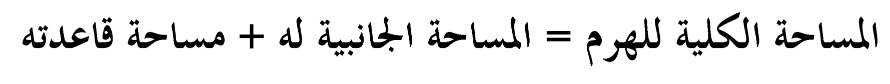


∴(م هـ)^٢ = (١٣)^٢ - (٥)^٢= ١٤٤ ، م هـ = ١٢ سم



المساحة الجانبية للهرم القائم = $\frac{١}{٢}$ محيط قاعدته × ارتفاعه الجانبى

= $\frac{١}{٢}$ (٤× ١٠) × ١٢ = ٢٤٠ سم^٢



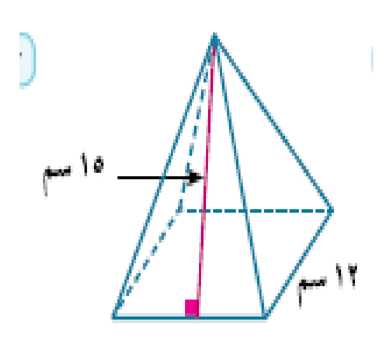
المساحة الكلية للهرم = المساحة الجانبية له + مساحة قاعدته

= ٢٤٠ + ١٠٠ = ٣٤٠ سم^٢

تدريب(٢):

م ﺀ ب جـ ﺀ هرم رباعى منتظم ، طول حرفه الجانبى ١٠سم ، وطول ضلع قاعدته ١٢سم ، أحسب مساحته الكلية.

مثال (٣):



الشكل المقابل هرم رباعى منتظم ، أوجد المساحة الجانبية للهرم

الحل

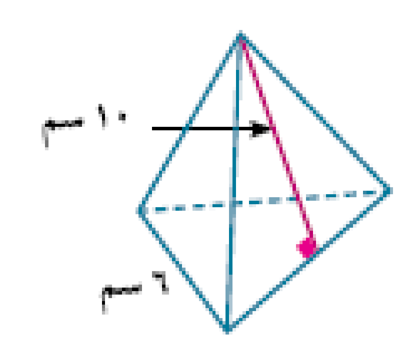
محيط القاعدة = ١٢ × ٤ = ٤٨ سم

المساحة الجانبية للهرم القائم = $\frac{١}{٢}$ محيط قاعدته × ارتفاعه الجانبى

= $\frac{١}{٢}$ ٤٨× ١٥ = ٣٦٠ سم^٢

تدريب(٣):

الشكل المقابل هرم ثلاثى منتظم ، أوجد المساحة الجانبية للهرم



مثال (٤):

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة.

المساحة الكلية لهرم ثلاثى منتظم الوجوه طول حرفه ٤ $\sqrt{3}$ سم تساوى ٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ سم^{2}

(أ) ١٢ $\sqrt{3}$ (ب) ٢٤ $\sqrt{3}$ (ج) ٣٦ $\sqrt{3}$ (د) ٤٨ $\sqrt{3}$

تدريب(٤):

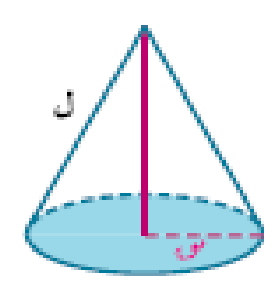
اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة.

المساحة الجانبية لهرم ثلاثى منتظم الوجوه طول حرفه ٤ $\sqrt{3}$ سم يساوى ٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ سم^{2}

(أ) ١٢ $\sqrt{3}$ (ب) ٢٤ $\sqrt{3}$ (ج) ٣٦ $\sqrt{3}$ (د) ٤٨ $\sqrt{3}$

ثانياً:المساحة الكلية للمخروط القائم.

بفرض ل طول راسمه ، نق طول نصف قطر دائرته.



المساحة الجانبية للمخروط القائم = π ل نق

المساحة الكلية للمخروط القائم = π ل نق + π نق^{2}

= π نق (ل + نق)

تذكر أن:

مساحة القطاع الدائرى = $\frac{١}{٢}$ ل نق = $\frac{١}{٢}$ هـ ء نق^{٢}

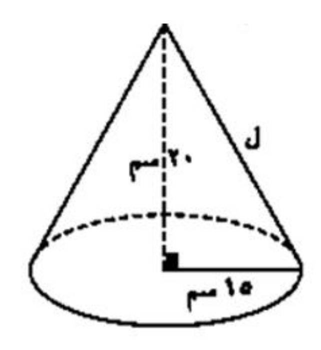
محيط القطاع الدائرى = ٢ نق + ل ، هـ ء = $\frac{ل}{نق}$

حيث هـ ء زاوية القطاع بالدائرى ، ل طول قوسه ، نق طول نصف قطر دائرته.

مثال (٥):

أوجد المساحة الجانبية لمخروط قائم طول نصف قطر قاعدته ١٥سم وارتفاعه ٢٠سم

الحل



ل^{٢} = (٢٠)^{٢} + (١٥)^{٢} = ٦٢٥ ، ل = ٢٥ سم

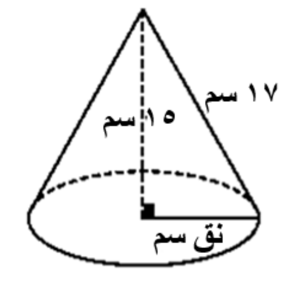
المساحة الجانبية للمخروط القائم = π ل نق

المساحة الجانبية للمخروط القائم = ٢٥ × ١٥ π = ٢٧٥π سم^{٢}

تدريب(٥):

أوجد المساحة الجانبية لمخروط قائم طول نصف قطر قاعدته ٥ سم وارتفاعه ١٢سم

مثال (٦):



أوجد المساحة الكلية لمخروط قائم طول راسمه ١٧ سم و ارتفاعه ١٥ سم

لحل

∵ نق^{٢} = (١٧)^{٢} − (١٥)^{٢} = ٦٤ ∴ نق = ٨ سم

∴ المساحة الجانبية = π ل نق = π ×٨×١٧ = ١٣٦ π سم^{٢}

∴ المساحة الكلية = π نق (ل + نق) = ٨ π ×(٨+١٧) = ٢٠٠ π سم^{٢}

تدريب(٦):

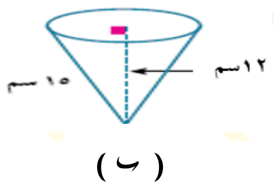
أوجد المساحة الكلية لمخروط قائم طول راسمه ١٣ سم و ارتفاعه ١٢ سم

تمارين على الدرس الثالث

١) يوضح الشكل المقابل علامة إرشادية (شمندورة) لتحديد المجرى الملاحي، وهي على هيئة مخروطين قائمين لهما قاعدة مشتركة.
أوجد تكاليف طلائه بمادة مقاومة لعوامل التعرية، علمًا بأن تكاليف المتر المربع الواحد منها ٣٠٠ جنيه.

---

٢) أوجد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لكل مخروط قائم حسب البيانات المعطاة.

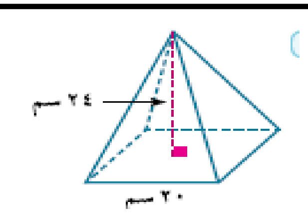


(ب)

(أ) ١٢ سم ، ٦ سم

---

٣) الشكل المقابل: يمثل هرم رباعى منتظم ، أوجد مساحته الجانبية وكذا مساحته الكلية.



---

٤) المساحة الجانبية لهرم رباعى منتظم طول ضلع قاعدته ١٥ سم وارتفاعه الجانبى ٢٠ سم = ... سم^2

أ) ٤٠٠ ب) ٥٠٠ ج) ٦٠٠ د) ٧٠٠

---

٥) المساحة الجانبية لمخروط قائم طول قطر قاعدته ١٠ سم وارتفاعه ١٢ سم = ...سم^2

أ) π٦٥ ب) π٧٥ ج) π٨٥ د) π٩٥



اجابة التدريبات

تدريب (١)

المساحة الجانبية للهرم = ٣٠٠ سم^2

تدريب (٢)

المساحة الكلية للهرم = ٣٣٦ سم^2

تدريب (٣)

المساحة الجانبية للهرم = ٩٠ سم^2

تدريب (٤)

المساحة الجانبية للهرم = ٣٦ $\sqrt{3}$ سم^2

تدريب (٥)

المساحة الجانبية للمخروط = ٦٥ π سم^2

تدريب (٦)

المساحة الكلية للمخروط = ٩٠ π سم^2

اجابة التمارين على الدرس الثالث

تمرين (١)

تكاليف الطلاء = ٩٨٩,٧ جنيهاً

تمرين (٢)

(أ) المساحة الجانبية = ٧٢ π سم^2 ، المساحة الكلية = ١٠٨ π سم^2

(ب) المساحة الجانبية = ١٣٥ π سم^2 ، المساحة الكلية = ٢١٦ π سم^2

تمرين (٣)

المساحة الجانبية = ٩٦٠سم^2 ، المساحة الكلية = ١٣٦٠ سم^2

تمرين (٤)

المساحة الجانبية للهرم = ٦٠٠ سم^2

تمرين (٥)

المساحة الجانبية للمخروط = ٦٥ π سم^2

الدرس الرابع: حجم الهرم ، حجم المخروط القائم

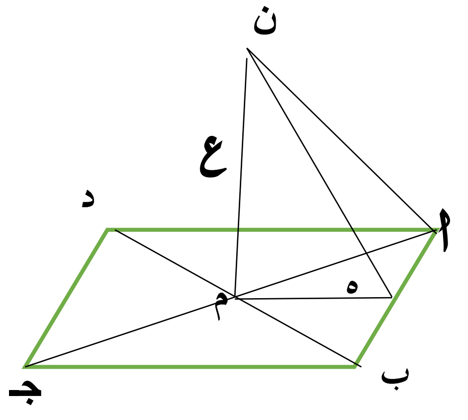
المفاهيم الاساسية للدرس:

حجم الهرم = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة ×ارتفاع الهرم

أمثلة محلولة

مثال (١): هرم رباعي منتظم طول ضلع قاعدته ١٠ سم وارتفاعه الجانبي ١٣سم أوجد حجمه

الحل :



من هندسة الشكل: هـ م = ٥ سم

ع= ن م = $\sqrt{١٣^٢ - ٥^٢}$ =١٢ سم

حجم الهرم = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × ع

= $\frac{1}{3}$ × ١٠^٢ × ١٢ =٤٠٠ سم^٣

تدريب (١) هرم رباعي منتظم طول ضلع قاعدته ٨ سم وارتفاعه الجانبي ٥سم أوجد حجم الهرم.

تذكر ان : مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولا قطريه

مثال (٢): هرم رباعي قائم قاعدته على شكل معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم وارتفاع الهرم ١٠ سم أوجد حجمه .

الحل :

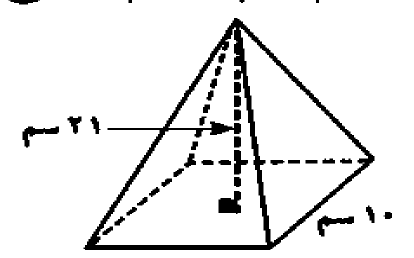
حجم الهرم = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × ع

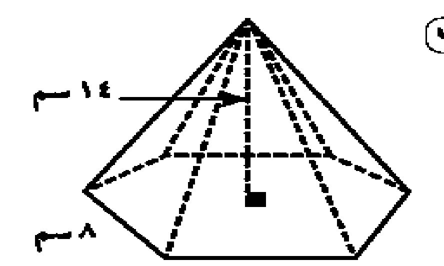
= $\frac{1}{3}$ ×($\frac{1}{2}$×٦×٨)×١٠ = ٨٠ سم^٣

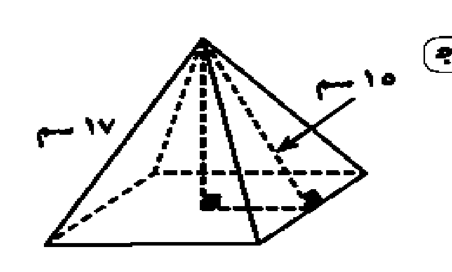
تدريب (٢) هرم رباعي قائم قاعدته على شكل معين طولا قطريه ١٢ سم ، ١٠سم وارتفاع الهرم ٥ سم أوجد حجمه.

مثال (٣):

أوجد حجم الهرم المنتظم الموضح بالشكل مستخدمًا البيانات المعطاه.







الحل :

فى الشكل (أ) : مساحة القاعدة = ١٠ × ١٠ = ١٠٠ سم^{٢}

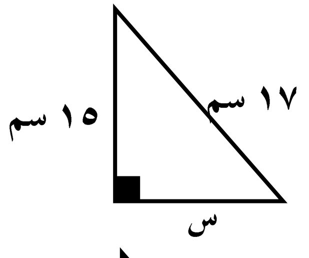
حجم الهرم الرباعى المنتظم = $\frac{١}{٣}$ ق × ع = $\frac{١}{٣}$ × ١٠٠ × ٢١ = ٧٠٠ سم^{٣}

فى الشكل (ب) : مساحة القاعدة (خماسي منتظم) = $\frac{ن}{٤}$ س^{٢} ظتا $\frac{\pi}{ن}$

= $\frac{٥}{٤}$ × (٨)^{٢} ظتا $\frac{\pi}{٥}$ = ١١٠ سم^{٢}

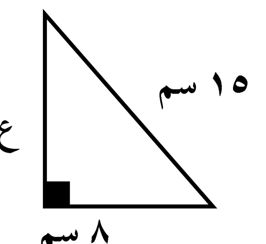
حجم الهرم الخماسي المنتظم = $\frac{١}{٣}$ ق × ع = $\frac{١}{٣}$ × ١١٠ × ١٤ = ٥١٣.٣ سم^{٣}

فى الشكل (جـ) : س(نصف طول ضلع القاعدة) = $\sqrt{(١٧)^{٢} - (١٥)^{٢}}$ = ٨ سم



طول ضلع القاعدة = ٢ × ٨ = ١٦ سم

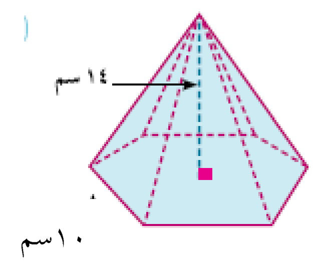
ع = $\sqrt{(١٥)^{٢} - (٨)^{٢}}$ = $\sqrt{١٦١}$ سم



مساحة القاعدة = ١٦ × ١٦ = ٢٥٦ سم^{٢}

حجم الهرم الرباعى المنتظم = $\frac{١}{٣}$ ق × ع = $\frac{١}{٣}$ × ٢٥٦ × $\sqrt{١٦١}$ = ١٠٨٢.٧ سم^{٣}

تدريب (٣):



في الشكل المقابل : أحسب حجم الهرم الخماسى المنتظم



حجم المخروط الدائري القائم

حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × ارتفاع المخروط

وإذا كان نصف قطر القاعدة نق ، ارتفاع المخروط ع فإن:

حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ π نق^2 × ع

مثال (٤) **مخروط دائري قائم طول نصف قطر قاعدته ٤سم وطول رأسمه ٥سم أوجد حجمه.**

الحل :

ع = $\sqrt{٥^2 - ٤^2}$ = ٣ سم

حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ π نق^2 × ع

= $\frac{1}{3}$ π × ٤^2 × ٣ = ١٦ π سم^3

تدريب(٤) مخروط دائري قائم ارتفاعه ٨ سم وطول رأسمه ١٠ سم أوجد حجمه.

مثال (٥) سبيكة من الذهب الخالص على هيئة مخروط قائم ارتفاعه ٤,٢سم، وطول نصف قطر دائرته ١,٥سم. أوجد كثافة الذهب إذا كان كتلة السبيكة ١٩١جم.

الحل :

∵ حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ π نق^2 ع ، نق = ١,٥سم ، ع = ٤,٢سم

∴ حجم الذهب فى السبيكة = $\frac{\pi}{3}$ (١,٥)^2 (٤,٢) = ٩,٨٩٦ سم^3

∵ الكثافة = $\frac{\text{الكتلة}}{\text{الحجم}}$ ∴ كثافة الذهب = $\frac{١٩١}{٩,٨٩٦}$ ≃ ١٩,٣ جم/سم^3

تدريب(٥)

قطعة من الشيكولاتة على هيئة مخروط قائم حجمه ٢٧ π سم^3 ومحيط قاعدته ٦ π سم أوجد ارتفاعه.



تمارين على الدرس الرابع

١) هرم رباعي منتظم طول ضلع قاعدته ٢٠ سم وطول ارتفاعه الجانبي ٢٦ سم أوجد حجمه .

٢) هرم سداسي منتظم طول ضلع قاعدته ٦سم وارتفاعه ١٠سم . اوجد حجمه.

٣) مخروط دائري قائم ارتفاعه يساوي طول قطر قاعدته ، حجمه ١٨ π سم^{٣} أوجد مساحته الجانبية.

٤)هرم رباعى منتظم محيط قاعدته ٣٦ سم ، ارتفاعه ١٠ سم أوجد حجمه.

٥) أوجد حجم المخروط الدائرى القائم الذى طول نصف قطر قاعدته ٨ سم وطول راسمه ١٠ سم

٦) هرم رباعى منتظم حجمه ٧٢٠ سم^{٣} وطول ضلع قاعدته ١٥ سم، أوجد ارتفاعه.

حلول تدريبات الدرس الرابع

إجابة تدريب (١) ٦٤ سم^{٣}

جابة تدريب (٢) ١٠٠ سم^{٣}

إجابة تدريب (٣) ٨٠٢,٩ سم^{٣}

إجابة تدريب (٤) ٩٦ π سم^{٣}

إجابة تدريب (٥) ٩ سم

حلول التمارين

إجابة تمرين (١) ٣٢٠٠ سم^{٣}

إجابة تمرين (٢) ١٨٠ $\sqrt{٣}$ سم^{٣}

إجابة تمرين (٣) ٩ π $\sqrt{٥}$ سم^{٢}

إجابة تمرين (٤) ٢٧٠ سم^{٣}

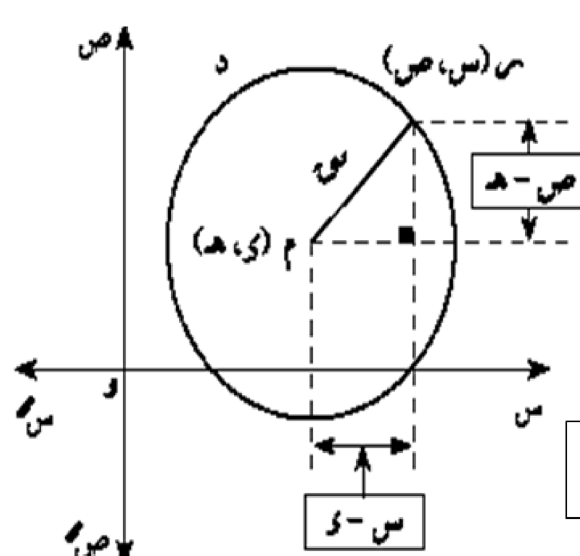
إجابة تمرين (٥) ١٢٨ π سم^{٣}

إجابة تمرين (٦) ٩,٦ سم



الدرس الخامس: معادلة الدائرة

المفاهيم الاساسية للدرس:



معادلة الدائرة (بدلالة إحداثي مركزها وطول نصف قطرها)

في مستوى احداثي متعامد:

إذا كانت النقطة ر (س ، ص) تنتمي إلى دائرة د مركزها النقطة (ى ، هـ) وطول نصف قطرها يساوى نق من الوحدات فإن معادلة الدائرة د هي:

$$(س - ى)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢}$$

حيث م (ى، هـ) مركز الدائرة ، نق نصف قطر الدائرة

مثال (١) اكتب معادلة الدائرة إذا كان مركزها م (٤ ، – ٣) و طول نصف قطرها يساوى ٥ وحدات

الحل :

∵ مركز الدائرة (٤ ، – ٣) ، طول نصف قطر الدائرة = ٥ وحدات

∴ ى = ٤ ، هـ = –٣ ، نق = ٥ وحدات

∴ تكون المعادلة هى (س – ٤)^{٢} + (ص + ٣)^{٢} = (٥)^{٢}

∴ (س – ٤)^{٢} + (ص + ٣)^{٢} = ٢٥

تدريب (١)

اكتب معادلة الدائرة إذا كان مركزها م (– ٢ ، ٥) و طول نصف قطرها يساوى ٤ وحدات



مثال (٢) اكتب معادلة الدائرة التى مركزها (٠ ، – ٥) و تمر بالنقطة ؟ (– ٢ ، – ٩)

الحل :

(م ؟)^٢ = نق^٢ = (– ٢ – ٠)^٢ + (– ٩ + ٥)^٢ = ٢٠

، م (٠ ، – ٥) مركز الدائرة

∴ معادلة الدائرة هى (س – ى)^٢ + (ص – هـ)^٢ = نق^٢

∴ المعادلة هى (س – ٠)^٢ + (ص + ٥)^٢ = ٢٠

∴ س^٢ + (ص + ٥)^٢ = ٢٠

تدريب(٢)

اكتب معادلة الدائرة التى مركزها (١ ، ٥) و تمر بالنقطة ؟ (– ٢ ، ١)

مثال (٣) اكتب معادلة الدائرة التى قطرها ؟ب حيث ؟ (٢ ، – ٧) ، ب (٦ ، ٥)

الحل :

بفرض النقطة م (ى ، هـ) مركز للدائرة التى قطرها ؟ب و هى منتصف ؟ب

∴ م (ى ، هـ) = ($\frac{٢ + ٦}{٢}$ ، $\frac{-٧ + ٥}{٢}$) = (٤ ، – ١)

نق^٢ = (م ؟)^٢ = (٢ – ٤)^٢ + (– ٧ + ١)^٢ = ٤ + ٣٦ = ٤٠

تكون معادلة الدائرة : (س – ٤)^٢ + (ص + ١)^٢ = ٤٠



تدريب(٣)

اكتب معادلة الدائرة التى قطرها $\overline{\text{أب}}$ حيث أ(١ ، ٧) ، ب (٥ ، ٣)

ملاحظة هامة : بفرض النقطة (س١، ص١) فى مستوى الدائرة د التى معادلتها

(س – ء)٢ + (ص – هـ)٢ = نق٢ فإنه :

- **إذا كان (س – ء)٢ + (ص – هـ)٢ > نق٢ فإن النقطة تقع خارج الدائرة**
- **إذا كان (س – ء)٢ + (ص – هـ)٢ < نق٢ فإن النقطة تقع داخل الدائرة**
- **إذا كان (س – ء)٢ + (ص – هـ)٢ = نق٢ فإن النقطة تقع الدائرة**

مثال (٤) حدد موضع النقط التالية تنتمى الى الدائرة د التى معادلتها

(س – ٦)٢ + (ص + ١)٢ = ٢٥ حيث النقط أ(٩ ، ٣) ، ب(٧ ، ٥) ، جـ (٢ ، – ٣)

الحل : بالتعويض عن أ فى المعادلة المعطاه نجد :

الطرف الايمن = (٩ – ٦)٢ + (٣ + ١)٢ = ٩ + ١٦ = ٢٥ = الطرف الايسر

∴ النقطة أ(٩ ، ٣) ∈ الدائرة د

بالتعويض عن ب فى المعادلة المعطاه نجد :

الطرف الايمن = (٧ – ٦)٢ + (٥ + ١)٢ = ١ + ٣٦ = ٣٧ > الطرف الايسر

∴ النقطة ب تقع خارج الدائرة

بالتعويض عن جـ فى المعادلة المعطاه :

الطرف الايمن = (٢ – ٦)٢ + (– ٣ + ١)٢ = ١٤ + ٤ = ١٨ < الطرف الايسر

∴ النقطة جـ تقع داخل الدائرة .



تدريب(٤)

حدد موضع النقط التالية تنتمى الى الدائرة د التى معادلتها

$(س - ٣)^٢ + (ص + ٤)^٢ = ٣٦$ حيث النقط ٲ(١ ، ٣) ، ب(٢ ، ٤) ، جـ (٣ ، – ١)

الصورة العامة لمعادلة الدائرة

الصورة العامة لمعادلة دائرة : $س^٢ + ص^٢ + ٢ ل س + ٢ ك ص + جـ = ٠$

مركزها (ـ ل ، ـ ك) و طول نصف قطرها يساوى نق حيث

$نق = \sqrt{ل^٢ + ك^٢ - جـ}$ ، $ل^٢ + ك^٢ - جـ > ٠$

مثال (٥) اكتب الصورة العامة لمعادلة الدائرة إذا كان مركزها النقطة م (٦، – ٣) و طول نصف قطرها يساوى ٥ وحدات .

الحل :

مركز الدائرة (٦ ، –٣) معطى

∴ ل = – ٦ ، ك = ٣

∵ نق = ٥ ، $جـ = ل^٢ + ك^٢ - نق^٢$ ∴ $جـ = (-٦)^٢ + (٣)^٢ - (٥)^٢ = ٢٠$

∴الصورة العامة لمعادلة الدائرة هى : $س^٢ + ص^٢ - ١٢ س + ٦ ص + ٢٠ = ٠$

تدريب(٥)

اكتب الصورة العامة لمعادلة الدائرة إذا كان مركزها النقطة م (٣، – ١) و طول نصف قطرها يساوى ٤ وحدات



مثال (٦) اكتب الصورة العامة لمعادلة الدائرة إذا كان مركزها النقطة ن (٥ ، – ٣) و تمر بالنقطة ب (٢ ، ١)

الحل :

نفرض نق نصف قطر الدائرة المعطاه ،مركزها ن(٥ ، – ٣)

نق = (ب ن) = $\sqrt{(٢ - ٥)^٢ + (١ + ٣)^٢}$ = ٥ وحدة

∴ مركز الدائرة (– ل ، – ك) فى الصورة العامة

∴ ل = – ٥ ، ك = ٣ ، نق = ٥

∴ جـ = $ل^٢ + ك^٢ - نق^٢ = (- ٥)^٢ + (٣)^٢ - (٥)^٢ = ٩$

∴ الصورة العامة لمعادلة الدائرة : $س^٢ + ص^٢ + ٢ ل س + ٢ ك ص + جـ = ٠$

∴ $س^٢ + ص^٢ - ١٠ س + ٦ ص + ٩ = ٠$

تدريب(٦)

اكتب الصورة العامة لمعادلة الدائرة إذا كان مركزها النقطة ن (٥ ، – ٣) و تمر بالنقطة ب (٢ ، ١)

شروط تمثيل معادلة الدرجة الثانية فى س ، ص دائرة :

$س^٢ + ص^٢ + ٢ ل س + ٢ ك ص + جـ = ٠$ يجب تحقق الشروط الثلاثة الأتية معا :

١ ـ المعادلة من الدرجة الثانية فى س ، ص

٢ ـ معامل $س^٢$ = معامل $ص^٢$ = الوحدة

٣ ـ خالية من الحد الذى يحتوى س ص أى معامل س ص = ٠ ، $ل^٢ + ك^٢ - جـ > ٠$



مثال (٧) أى المعادلات الآتية تمثل دائرة وإذا كانت معادلة دائرة .أوجد مركزها و طول نصف قطرها:

١) س^{٢} + ص^{٢} − ٦ س + ٤ ص + ١٧ = ٠

٢) س^{٢} + ص^{٢} + ٤ س − ٢ ص = ٠

٣) س^{٢} + ص^{٢}+ ٢ س ص + ٣ =

الحل :

١) س^{٢} + ص^{٢} − ٦ س + ٤ ص + ١٧ = ٠

معامل س^{٢} = معامل ص^{٢} = الوحدة ، خالية من الحد المحتوى على س ص

ل = − ٣ ، ك = ٢ ، جـ = ١٧ ، ∵ ل^{٢} + ك^{٢} − جـ = ٩ + ٤ − ١٧ = − ٤ < ٠

المعادلة لا تمثل دائرة

---

٢) س^{٢} + ص^{٢} + ٤ س − ٢ ص = ٠

معامل س^{٢} = معامل ص^{٢} = الوحدة ، خالية من الحد المحتوى على س ص

ل = ٢ ، ك = −١ ، جـ = ٠ ، ل^{٢} + ك^{٢} − جـ = ٤ + ١ − ٠ = ٥ > ٠

المعادلة تمثل دائرة مركزها (− ٢ ، ١) ، طول نصف قطرها = $\sqrt{٥}$ وحدة طول

---

٣) س^{٢} + ص^{٢}+ ٢ س ص + ٣ = ٠

المعادلة تحتوى على س ص ، ∴ المعادلة لا تمثل دائرة

تدريب(٧)

أى المعادلات الآتية تمثل دائرة وإذا كانت معادلة دائرة .أوجد مركزها و طول نصف قطرها:

١) س^{٢} + ص^{٢} + ٤ س + ٢٥ = ٠

٢) ٣ س^{٢} + ٢ ص^{٢} + ٦ س − ٨ ص = ٠



إجابات التدريبات

تدريب(١)

$$(س + ٢)^٢ + (ص - ٥)^٢ = ١٦$$

تدريب(٢)

$$(س - ١)^٢ + (ص - ٥)^٢ = ٢٥$$

تدريب(٣)

$$(س - ٣)^٢ + (ص - ٥)^٢ = ٣٢$$

تدريب(٤)

أ(١ ، ٣) تقع خارج الدائرة ، ب(٢ ، ٤) تقع خارج الدائرة ، جـ (٣ ، - ١) تقع داخل الدائرة

تدريب(٥)

$$س^٢ + ص^٢ - ٦ س + ٢ ص - ٦ = ٠$$

تدريب(٦)

$$س^٢ + ص^٢ - ١٠ س + ٦ ص + ٩ = ٠$$

تدريب(٧)

١) المعادلة لا تمثل دائرة

٢) المعادلة لا تمثل دائرة



تمارين على الدرس الخامس

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) النقطة (٢ ، ٠) تقع على

أ) محور السينات ب) محور الصادات جـ) المستقيم ص = ٢س د) الدائرة $س^٢ + ص^٢ = ٩$

(٢) إذا كانت أ(٣ ، -٧) ، ب(-٣ ، ٥) فإن إحداثيي النقطة التي تنصف $\overline{أب}$ هما

أ) (٠ ، ١) ب) (١ ، ٠) جـ) (٠ ، -١) د) (-١ ، ٠)

(٣) المسافة بين النقطتين (٢ ، ٤) ، (١٠ ، -٢) تساوي

أ) ٩ ب) ١٠ جـ) $٣\sqrt{١٠}$ د) ٦

(٤) الدائرة $س^٢ + ص^٢ = ٢٥$ مركزها (٠ ، ٠) وتمر بالنقطة

أ) (١ ، ٤) ب) (٥ ، ٠) جـ) (٢٥ ، ٠) د) (٥ ، ١)

(٥) معادلة الدائرة التي مركزها (٣ ، -٥) وطول نصف قطرها يساوي ٧ وحدات هي:-

أ) $(س - ٣)^٢ + (ص - ٥)^٢ = ٤٩$ ب) $(س + ٣)^٢ + (ص + ٥)^٢ = ٤٩$

جـ) $(س + ٣)^٢ + (ص - ٥)^٢ = ٤٩$ د) $(س - ٣)^٢ + (ص + ٥)^٢ = ٤٩$

(٦) محيط الدائرة التي معادلتها $س^٢ + ص^٢ = ٨$

أ) ٨π ب) ٦٤π جـ) $٢\sqrt{٢}\pi$ د) $٤\sqrt{٢}\pi$

أوجد إحداثيي المركز، وطول نصف القطر لكل من الدوائر الآتية:

أ) $س^٢ + ص^٢ = ٢٧$ ب) $(س + ٣)^٢ + (ص - ٥)^٢ = ٤٩$

جـ) $(س - ٢)^٢ + ص^٢ = ١٦$ د) $س^٢ + (ص + ٧)^٢ = ٢٤$

يقع رادار عند الموقع أ(٧ ، -٩) ويغطي منطقة دائرية طول نصف قطرها يساوي ٣٠ وحدة طول. اكتب معادلة الدائرة التي تحدد مجال عمل الرادار في المستوى الإحداثي. هل يمكن للرادار رصد سفينة في الموقع ب (٢٥ ، -٣٠)؟

إجابات تمارين على الدرس الخامس

١	٢	٣	٤	٥	٦
أ	ج	ب	ب	د	أ د

(أ) المركز (٠ ، ٠) ، نق = $٣\sqrt{٣}$ وحدة

(ب) المركز (-٣ ، ٥) ، نق = ٧ وحدة

(ج) المركز (٢ ، ٠) ، نق = ٤ وحدة

د) المركز (٠ ، -٧) ، نق = $٢\sqrt{٦}$ وحدة

$(س - ٧)^٢ + (ص + ٩)^٢ = ٩٠٠$

النقطة (٢٥ ، -٣٠) تقع داخل الدائرة الرادار سيتمكن من رصد السفينة



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
إدارة تنمية مادة الرياضيات

تمارين على الوحدةالثانية :الهندسة والقياس

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة.

١) **عدد المستويات التي تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة يساوي ....**

(أ) ١   (ب) ٢   (ج) ٣   (د) **عدد لا نهائي**

٢) **المستقيمات الرأسية تكون جميعا ....**

(أ) **متقاطعة**   (ب) **متوازية**   (ج) **متخالفة**   (د) متساوية

٣) **مخروط دائري قائم طول نصف قطر قاعدته ٥ سم ، وطول راسمه ١٠ سم ؛ فإن مساحته الجانبية تساوي .... سم^{٢}**

(أ) ٥٠ π (ب) ١٠٠ π (ج) ١٣٣ π (د) ١٤٧ π

٤) **إذا كان طول ارتفاع هرم رباعي منتظم ٨ سم ، وطول ارتفاعه الجانبي ١٠ سم ؛ فإن طول ضلع قاعدته يساوي .... سم**

(أ) ٦   (ب) ١٢   (ج) ١٨   (د) ٢٤

٥) **النقطة التي تقع على الدائرة : (س – ٢)^{٢} + ص^{٢} = ١٣ هي ....**

(أ) (٢ ، ٣)   (ب) (٣ ، ٢)   (ج) (٢ ، ٥)   (د) (٤ ، ٣)

٦) **هرم منتظم حجمه ٢٤ سم^{٣} ، ومساحة سطح قاعدته ٩ سم^{٢} ؛ فإن طول ارتفاعه = ... سم**

(أ) ٧٢   (ب) ٣٦   (ج) ٢٤   (د) ٨



٧) المخروط الدائري القائم ينشأ من دوران مثلث قائم الزاوية دورة كاملة حول ....

(أ) وتر المثلث　　　(ب) أحد ضلعى القائمة

(ج) أي مستقيم في مستوى المثلث　　　(د) أي مستقيم يمر بأحد رؤوس المثلث

٨) مساحة الدائرة التى معادلتها : (س + ٥)^{٢} + (ص − ٧)^{٢} = ١٦ يساوى ٠٠٠٠٠٠٠ وحدة مربعة

(أ) ١٦ π　　　(ب) ٣٢ π　　　(ج) ٦٤ π　　　(د) ١٢٨ π

٩) النقطة التى تقع على الدائرة : (س − ٢)^{٢} + ص^{٢} = ١٣ هى ٠٠٠٠٠٠٠

(أ) (٣ ، -٢)　　　(ب) (٢ ، ٣)　　　(ج) (٢ ، ٥)　　　(د) (٤ ، ٣)

١٠) الدائرة التى معادلتها: (س + ٢)^{٢} + ص٢ + ٢ص = ٠ ، مركزها النقطة ٠٠٠٠٠٠٠

(أ) (٢ ، -٢)　　　(ب) (٢ ، ٢)　　　(ج) (-٢ ، -١)　　　(د) (١ ، -٢)

سؤال مقال:

م.أ ب حــ د هرم رباعي منتظم ، ارتفاعه ١٢ سم ، وطول ضلع قاعدته ١٠ سم ؛ أوجد المساحة الجانبية للهرم .

اجابة التمارين على الوحدة الثانية

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
(د)	(ب)	(أ)	(ب)	(د)	(د)	(ب)	(أ)	(د)	(ج)

إجابة السؤال المقال:

المساحة الجانبية للهرم = ٢٦٠ سم^{٢}



الاختبار الأول على الوحدة الثانية

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة.

١) الشكل الذى يصلح ان يكون قاعدة الهرم رباعى منتظم هو ....

(أ) متوازى الأضلاع (ب) المعين (ج) المستطيل (د) المربع

٢) المستقيمان المتخالفان ....

(أ) متوازيان (ب) متعامدان (ج) متقاطعان (د) لا يجمعهما مستو واحد

٣) فى الشكل المقابل : إذا كان

م ء = ٤سم ، مساحة القاعدة للمخروط = ٩ π سم^2 فان المساحة الكلية للمخروط = ...سم^2

(أ) ٨ π (ب) ١٢ π (ج) ٣٦ π (د) ٤٨ π

م
٤سم
ء
ب

٤) $\begin{vmatrix} ٢\ س & -٣ص \\ ٢ص & ٣س \end{vmatrix}$ = **٥٤** هى معادلة دائره طول قطرها = ...وحدة طول

(أ) ٢ (ب) ٦ (ج) ٨ (د) ١٤

٥) **اذا كان المستقيمان س = ٣ ، س= -٥ يمسان دائرة م فان طول نصف قطرها =....**

(أ) ٨ (ب) ٥ (ج) ٤ (د) ٣

٦) **م. أ ب جـ د هرم رباعى منتظم مساحة قاعدتة ١٠٠سم^2 طول ارتفاعة الجانبى يساوى ١٣سم فان حجمة =..........سم^3**

(أ) ٤٠٠ (ب) ٣٠٠ (ج) ٦٠٠ (د) ١٢٠٠



٧) مركز الدائرة التى معادلتها : $(س-٢)^٢ + (ص+٤)^٢ = ٣٦$ هو ....

(أ) (٢ ، ٤)　　(ب) (٢ ، −٤)　　(ج) (٤ ، ٢)　　(د) (٤ ، −٢)

الاسئلة المقالية

أوجد وضع المستقيم ل : ٥ س − ١٢ ص + ٨ = صفر بالنسبة للدائرة التي معادلتها :

$س^٢ + ص^٢ - ٦ س + ٤ ص - ١٢ = صفر$

حل الاختبار الأول على الوحدة الثانية

٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
ب	أ	ج	ب	ب	د	د

المقال

المستقيم ل قاطع للدائرة



الاختبار الثانى على الوحدة الثانية

١) مخروط دائري قائم محيط قاعدته = π سم ، وراسمه = ١٢ سم فإن مساحته الجانبية =..........سم^{٢}

Ⓐ ٢ π Ⓑ ١٢ π ج ٦ π د ٤ π

٢) هرم ثلاثي منتظم حجمه = ٢٧ $\sqrt{٣}$ سم^{٣} وارتفاعه = ٤ سم فإن طول ضلع قاعدته = ... سم

Ⓐ ٤ $\sqrt{٣}$ ب ٩ $\sqrt{٣}$ ج ٢   د ٩

٣) عدد المستويات التي تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة ....

Ⓐ ١   ب ٢   ج ٣   د عدد لا نهائي

٤) م أ ب جـ ء هرم رباعي منتظم طول ضلع قاعدته يساوي ١٠ سم ، وارتفاعه الجانبي يساوي ١٣ سم

فإن ارتفاعه = ... سم

Ⓐ ١٠   ب ٦   ج ١٢   د ١٥

٥) المساحة الجانبية لمخروط قائم طول نصف قطر قاعدته ١٥سم ، وارتفاعه ٢٠سم تساوي .... π سم^{٢}

Ⓐ ٣٠٠   ب ٣٧٥   ج ٥٠٠   د ٦٢٥

٦) الدائرة التي مركزها (٤ ، −٦) ونصف قطرها ٥ سم تكون معادلتها هي ....

Ⓐ س^{٢} + ص^{٢} − ٢ س + ٣ ص + ٥ = صفر   ب س^{٢}+ ص^{٢} −٢س + ٣ص + ٢٧ = صفر

جـ س^{٢} + ص^{٢} −٨ س +١٢ ص +٢٧= صفر   د س^{٢}+ ص^{٢} −٨ س +١٢ص + ٥ = صفر



٧) أي مما يأتي لا يحدد مستوي

Ⓜ ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة　　Ⓑ مستقيم ونقطة تنتمي اليه

Ⓙ مستقيمان متوازيان　　د) مستقيمان متقاطعان

الاسئلة المقالية

اوجد بالخطوات المعادلة العامة للدائرة التي مركزها النقطة م(٧، -٥)، وتمر بالنقطة م (٣، ٢)

حل الاختبار الثانى على الوحدة الثانية

٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
ب	ج	ب	ج	د	د	ج

إجابة المقال

نق= $\sqrt{٤^٢+٧^٢} = \sqrt{٦٥}$

$(س-٧)^٢ + (ص+٥)^٢ = ٦٥$

$س^٢ + ص^٢ - ١٤س + ١٠ص + ٩ = ٠$